

<i>Nereis. Revista Iberoamericana Interdisciplinar de Métodos, Modelización y Simulación</i>	14	157-174	Universidad Católica de Valencia San Vicente Mártir	Valencia (España)	ISSN 1888-8550
--	----	---------	---	-------------------	----------------

Determinación de coeficiente foliar para la vainilla (*Vanilla* sp.) y la papa china [*Colocasia esculenta* (L.) Schott]

Determination of leaf coefficient for vanilla (*Vanilla* sp.) and Chinese potato [*Colocasia esculenta* (L.) Schott]

Fecha de recepción y aceptación: 25 de enero de 2022 y 21 de junio de 2022

DOI: 10.46583/nereis_2022.14.1016

D. Acosta Iglesias¹, B. D. Yaguache Camacho¹ y E. P. Gutiérrez Morales²

¹ Universidad Estatal Amazónica. Ecuador. Km. 2. 1/2 vía Puyo a Tena (Paso Lateral). dacosta@uea.edu.ec, bdyaguache@uea.edu.ec

² Universidad Regional Amazónica Ikiam. Parroquia Muyuna, kilómetro 7 Vía Alto Tena, Tena, Napo. eberto.gutierrez@ikam.edu.ec



Universidad
Católica de Valencia
San Vicente Mártir

RESUMEN

El resultado principal obtenido, se basa en la determinación de un coeficiente foliar para cada una de dos especies de plantas de interés para la investigación, la vainilla (*Vanilla* sp.) y la papa china [*Colocasia esculenta* (L.) Schott]. El procedimiento seguido consiste en considerar una cantidad adecuada de nodos, tomando las medidas en un sistema de coordenadas rectangulares, ubicada la hoja de forma conveniente, a partir de los cuales se construye utilizando una modificación de la interpolación segmentada de segundo orden, que considera la condición sobre la segunda derivada, en lugar de la primera, con el propósito de modelar el borde de la hoja conservando la intensidad con la que se curva, identificada con la concavidad. Construido el borde de la hoja, se calcula el área que este encierra y se compara con la de un rectángulo que la contiene de forma inscrita, para determinar el coeficiente foliar que pueda ser utilizado en estudios sobre procesos de fotosíntesis en la planta. Son utilizadas dos modalidades de hojas para este fin, las hojas medidas experimentalmente y otro conjunto de hojas, generadas de forma artificial y proporcional, desde las de tamaño menor hasta las más grandes. Los cálculos se realizan con programas formulados en el *Asistente Matemático Matlab*.

PALABRAS CLAVE: *Fotosíntesis, Hojas, Nodos*

ABSTRACT

The main result obtained, it bases on the determination of a leaf coefficient for each one of two plant species of interest for the research, vanilla (*Vanilla* sp.) and Chinese potato [*Colocasia esculenta* (L.) Schott]. the procedure followed consists of considering an adequate number of nodes, taking the measurements in a rectangular coordinate system, it located the sheets in a convenient way, from which it is built using a modification of the second-order segmented interpolation, which is considered the condition on the second derivative, instead of the first, to model the edge of the leaf while preserving the intensity with which it curves, identified with the concavity. once the edge of the leaf is constructed, the area it contains is compared and it is compared with that



of a rectangle contains it in an inscribed way, to determine the leaf coefficient that can be used in studies on photosynthesis processes in the plant. two types of leaves are used for this purpose, the leaves measured experimentally and another set of leaves, generated artificially and proportionally, from the smallest to the largest. the calculations are carried out with formulated programs through Matlab Mathematical Assistant.

KEYWORDS: *Photosynthesis, Sheets, Nodes*

INTRODUCCIÓN

La fotosíntesis es un proceso esencial en las plantas de diferentes morfologías y es realizada fundamentalmente por las hojas, como se afirma seguidamente, la planta experimenta un incremento constante e irreversible acompañado de procesos como la morfogénesis y diferenciación celular; pues sus órganos (raíz, tallo, hojas, flores, frutos) crecen gracias a un proceso fisiológico complejo, que depende de la fotosíntesis, respiración, entre otros (Barrera et al. 2010). Es preciso por tanto, disponer de métodos cuantitativos que permitan estimar las características morfológicas de las plantas, que faciliten estudiar procesos fisiológicos.

Establecer proporciones aritméticas, considerando como elemento de proporción la medida de un objeto del que se conoce o es sencillo calcular alguna de las propiedades que le caracterizan, puede ser útil para obtener información cuantitativa; tal es el caso del cálculo del área foliar, para lo que indistintamente es posible considerar el área de un rectángulo de dimensiones asociadas a la hoja a medir o el peso, tal como se asegura, los modelos de crecimiento tienen como objetivo fundamental la validación de los procesos de crecimiento y desarrollo de las plantas; estos modelos se dividen en: empíricos (descriptivos) y causales (explicativos), ambos toman como base el incremento del área foliar como medida del sistema asimilatorio, y la materia seca como medida del material vegetal presente (Barrera et al. 2010).

En el primer caso, se utiliza un coeficiente de 0,75 para calcular la fracción del área del rectángulo asociado, que tiene el inconveniente de no poder utilizarse para muchos tipos de hojas, que como consecuencia de tener formas distintas, se encuentren en una proporción distinta al 75 % del área de referencia; mencionado por (Megías et al. 2018), las hojas en conjunto, constituyen el órgano más importante de la planta y juegan el papel principal en las actividades anabólicas por medio de la clorofila, que poseen en abundancia, único medio para los procesos fotosintéticos, por ello son consideradas órganos fotosintéticos por excelencia, además, son los principales responsables de controlar la transpiración y otros procesos de la planta, de allí la explicación del diseño y la distribución de las hojas en el cuerpo de la planta. En el segundo caso, la incidencia del peso del nervio central, puede distorsionar significativamente el área estimada.

Cultivos como el de la papa china [(*Colocasia esculenta* (L.) Schott)] y la vainilla (*Vanilla* sp.), tienen incidencia en el desarrollo agrícola en la Amazonía, desde diferentes intereses. Para una adecuada gestión de estos, el estudio de las características morfofisiológicas es necesario y se debe considerar la medida del área del follaje de estas plantas, que se distinguen particularmente por tener forma acorazonada las primeras y una porción rectangular al inicio del peciolo,



con forma alargada para el resto de la hoja, en la vainilla; en este sentido se afirma, el área foliar total, ha sido directamente relacionada con la cantidad de clorofila, es un parámetro importante para estimar la habilidad de la planta para sintetizar materia seca (Cardona et al. 2009). El cálculo preciso de esta característica, permite una mejor estimación de la capacidad de fotosíntesis asociada. Distinguir las posibles diferencias o similitudes para la determinación de un factor de proporción específico para cada especie, es posible, si se construye un modelo geométrico que refleje las particularidades de cada una, tomando las mediciones que se correspondan con la forma particular para la elaboración del modelo y que junto con el factor obtenido, determine una forma sencilla que faciliten al usuario – investigador, los datos simples que conformen el área del rectángulo de referencia. Es preciso señalar que además de tener en cuenta las particularidades de forma, se disminuye la influencia del peso del nervio central robustecido, que poseen algunas hojas.

MATERIALES Y MÉTODOS

Planteamiento del Modelo

Es necesario precisar una metodología para la elaboración del modelo y para el uso del factor resultante. Para la vainilla se consideran cinco nodos en una mitad de la hoja y para la papa china, se consideran siete nodos, también por una sección de hoja, como muestran las figuras 1a – 1b.

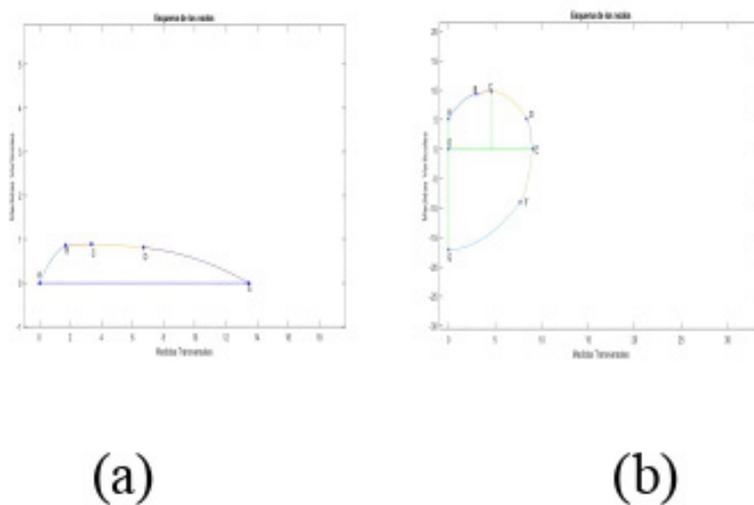


Figura 1. Nodos para la elaboración del modelo geométrico de las hojas de a) *Vanilla sp.*, y b) *Colocasia esculenta*.

Para tomar las medidas de los cinco nodos que se consideran para la hoja de la vainilla, se procede teniendo en cuenta que las principales variaciones en la forma curva de la hoja, se ubican en la mitad



de la izquierda, como se muestra en la *figura 1a*; por lo que se mide la distancia desde el nodo *A* ubicado en la unión del peciolo con el follaje, hasta el nodo *E* y los nodos *B, C* y *D* se localizan a un octavo, un cuarto y a la mitad de la distancia, desde la izquierda, asumiendo que la parte inferior, con el haz ubicado hacia arriba, es simétrica.

En el lado derecho en la *figura 1b*, se enmarcan siete puntos desde el *A* hasta el *G* (el lado izquierdo en una hoja real, tiene forma similar), la técnica utilizada consiste en formar el contorno que une los nodos consecutivos, de tal modo que la concavidad o doblado del borde, se produzca hacia el contenido de la hoja, regulando el valor de la concavidad, con una constante numérica adicional, en los empalmes de las funciones que representan el borde, en los puntos *A, C* y *E*. Los cálculos se realizan en el *Asistente Matemático Matlab, versión 15^a*. y se sigue una interpolación por *Spline* de segundo orden, ajustado a las características del problema. Para la determinación del factor propuesto, se consideran el lado derecho, que es simétrico con el izquierdo (similar a lo que sucede con la vainilla). Las medidas desde el segmento entre los puntos *O* y *E*, que unen este con *C* considerado en el punto más alto de la hoja y desde *O* hasta *G*, son perpendiculares.

La selección de las medidas de los nodos *B* y *F*, se hacen sobre el valor medio considerado entre las medidas previas desde *O* hasta la base de *C* y desde *O* hasta *G*, respectivamente, las medidas del nodo *D* de forma similar se consideran a partir del punto medio desde la base del nodo *C* hasta el nodo *E*; el punto *O* con el haz colocado hacia arriba, se considera ubicado en el centro de la unión del peciolo con el follaje.

En el muestreo para tomar las medidas de los nodos, se estratifican las hojas para ambas especies en tres niveles: pequeñas, medianas y grandes, considerando las más pequeñas, con al menos 10 días de brotadas en la vainilla y 15 días en la papa china, seleccionando en cada nivel 10 hojas.

Las medidas se agrupan por niveles tomando los valores medios de los valores nodales, con los que se calculan las funciones que modelan el borde y facilitan el cálculo del área foliar para cada tamaño de hoja y la validación de un factor de área para cada especie. Para estimar la confiabilidad del factor buscado, se contrasta la variabilidad de los resultados obtenidos, con las mediciones de todas las unidades experimentales y las medidas nodales medias, de conjunto con los 21 formatos de hojas simuladas entre los tamaños menor, medio y mayor, obtenidos experimentalmente. Para las mediciones se utilizó un calibrador digital marca *TOTAL One-Stop Tools Station*, modelo TMT321501, con las prestaciones siguientes: instrumento que mide con gran precisión (décimas hasta centésimas de milímetro) longitudes exteriores, interiores o de profundidad; consta de una estructura soporte en forma de “L”; el sistema consiste en hacer deslizar la parte móvil a lo largo de la regla fija (dividida en milímetros, centímetros y pulgadas); la medición parte del número cero como punto de referencia, cuenta con puntas para mediciones, el sistema de lectura es una escala de Vernier y una pantalla digital que marca la medida (Apolo 2015).

Precisión de los Requisitos Sobre el Spline

Existen diferentes fórmulas para estimar el desarrollo de las plantas, que pueden ser representativas en un sentido más general o restringido, según sea el caso, como se refiere a continuación, en forma relativamente resumida: las medidas directas de crecimiento que hacen posible el análisis del



crecimiento son la masa seca y el área foliar, mientras las medidas indirectas de crecimiento consiste en emplear el método clásico, basado en fórmulas para valores promedios propuestos por Watson (1952), Yoshida (1972) y Hunt (1978), para calcular índices de crecimiento tales como: tasa de crecimiento relativo (TCR), tasa de asimilación neta (TAN), tasa de crecimiento del cultivo (TCC), tasa absoluta de crecimiento (TAC), duración del área foliar (DAF), área foliar específica (AFE) y el índice del área foliar (IAF) (Barrera et al. 2010).

Especialmente, un coeficiente para calcular el área foliar debe distinguirse para diferentes especies, pues la forma particular de las hojas lo requieren; en tal sentido (Warnock et al. 2006) expresa que: el área foliar es la medida de la superficie de las hojas fotosintéticamente activas, la magnitud del área foliar (AF) define la capacidad de la cubierta vegetal para interceptar la radiación fotosintéticamente activa (RFA), la cual es la fuente primaria de energía utilizada por las plantas para la fabricación de tejidos y elaboración de compuestos alimenticios. En este sentido, también se expone en (García et al. pág. 82, 2009), las necesidades de los cultivos se determinan de manera empírica y a través de análisis foliares. Para contribuir a tales análisis, se propone un método para determinar coeficientes para las hojas de las dos especies de interés.

Considerando la *figura 1*, se hace la descripción del método seguido para la determinación del coeficiente de área foliar, para las dos especies de atención. La mitad superior de la hoja de vainilla para los nodos considerados en posición horizontal según la *figura 1a*, presenta una forma cóncava, con la particularidad de que entre los nodos *A*, *B* y *C* es creciente, siendo decreciente en la parte contigua, por lo que para construir las funciones modelos para el borde de la hoja, se sigue una técnica de *spline*, con funciones cuadráticas sobre las que se imponen restricciones sobre la segunda derivada, dada la necesidad de conservar la concavidad hacia abajo, asociada a la forma de la hoja. Para la hoja de papa china *figura 1b*, se razona de forma similar conservando la concavidad hacia abajo para los nodos *A* hasta *E*, con la particularidad de que en las secciones del borde de la hoja, entre los nodos *E* y *G*, es convexa, es decir, se dobla hacia arriba y la segunda derivada posee signo positivo y el borde es creciente; por lo que para dos nodos consecutivos de abscisas $x_i; x_{i+1}$ (con $i = 1; 2; 3; 4$ para los nodos de la vainilla y hasta $i = 6$ para los de la papa china) las ecuaciones que determinan los coeficientes de las funciones,

$$P_2^{a,b,c}(x) = ax^2 + bx + c \tag{1}$$

son las siguientes,

$$ax_i^2 + bx_i + c = y_i; ax_{i+1}^2 + bx_{i+1} + c = y_{i+1}; 2a = p_0 \tag{2}$$

donde p_0 representa la amplitud de la concavidad, es decir, en esta situación específica, indica cuánto se dobla el borde de la hoja. Resolviendo parcialmente el sistema (2), se puede encontrar siguiendo las herramientas que se ofrecen en [1,2,8], una condición sobre p_0 en la que según sea la posición de los nodos, se conserve el crecimiento o decrecimiento de la función que simula el borde de la hoja y que, por tanto, no se deforme el contorno respecto a la forma real; específicamente se exigirá que, para dos nodos consecutivos, el parámetro p_0 se elija de forma que, estos queden por la izquierda o por la derecha de la abscisa del vértice de la función modelo, según sea el caso. Es suficiente calcular a y b ,



coeficientes de los que depende tal valor. Despejando a de la tercera ecuación de (2) queda, $a = \frac{p_0}{2}$ y ahora sustituyéndolo en las dos primeras ecuaciones de (2), se elimina la variable c y despejando b queda, $b = \frac{y_{i+1} - y_i - \frac{p_0}{2}(x_{i+1}^2 - x_i^2)}{x_{i+1} - x_i} = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{p_0}{2}(x_{i+1} + x_i)$ y el valor de la abscisa del vértice resulta:

$$-\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}(x_{i+1} + x_i) - \frac{1}{p_0} \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (3)$$

En las condiciones del problema para la hoja de vainilla, p_0 debe ser negativo y para los dos primeros pares de nodos debe cumplirse que $x_{i+1} < -\frac{b}{2a}$, para un contorno ascendente y para los otros dos pares de nodos, $-\frac{b}{2a} < x_i$ para un contorno descendente, de las que se desprende la condición para p_0 como se sigue, en todos los casos. Para el contorno ascendente resulta $x_{i+1} < \frac{1}{2}(x_{i+1} + x_i) - \frac{1}{p_0} \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}$. Ahora, con algunas manipulaciones, queda:

$$p_0 > -2 \frac{y_{i+1} - y_i}{(x_{i+1} - x_i)^2} \quad (4)$$

Para el contorno descendente, así como para las dos situaciones análogas que ocurren para la forma convexa que adquiere la hoja, al ubicarse como muestra la *figura 1b* entre los nodos E y G , se razona de forma similar. En general debe considerarse la ubicación de la hoja en el plano y el ordenamiento de los nodos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Vainilla, hojas simuladas. Se consideran las medidas medias de las hojas pequeñas, que representan una hoja ideal, es decir, una hoja para la que los valores nodales, no son el resultado de medidas experimentales directas, sino los valores medios; de forma similar se hace con las hojas de tamaño mediano y las de tamaño grande. Posteriormente se generan automáticamente una cantidad cualquiera de hojas entre la pequeña y la mediana ideal, y la mediana y la grande del mismo modo, eligiendo un paso que permita aumentar el tamaño de las hojas, conservando la forma de estas con el paso seleccionado y las restricciones de la concavidad (amplitud del borde de la hoja). En el cálculo se consideran nueve hojas entre cada par de estratos, que con los valores medios, totalizan 21 hojas simuladas.

Las *tablas 1.1* y *1.2* incluyen valores de la concavidad adecuados, en el sentido de encontrarse en el rango de los valores de p_0 que resulta de la condición 4 y *análogas* no explicitadas en el texto, para cada par de nodos consecutivos.



Tabla 1.1. (Los autores). Valores aceptables de la concavidad, para cada curva de simulación del borde de las hojas pequeñas y grandes, con los valores medios de las medidas para cada nodo.

$P_1 \sim P_4$ Adecuados por	
-0,343066867	-0,004839119
-8,76248E-05	-0,010645241
Hojas pequeñas, concavidad.	
Intervalo 1.	Intervalo 2.
-0,609064298	-0,025277232
Intervalo 3.	Intervalo 4.
-0,015182293	-0,035850773
Hojas grandes, concavidad.	
Intervalo 1.	Intervalo 2.
-0,353066867	-0,017607491
Intervalo 3.	Intervalo 4.
-0,010087625	-0,020645241

Tabla 1.2. (Los autores). Valores máximos y mínimos aceptables para la concavidad por intervalos, para cada curva de simulación del borde de las hojas ideales.

Extremos concavidad	
Intervalo 1.	
Mínimo.	Máximo.
-0,609064298	-0,353066867
Intervalo 2.	
Mínimo.	Máximo.
-0,025277232	-0,014839119
Intervalo 3.	
Mínimo.	Máximo.
-0,016724417	-0,010087625
Intervalo 4.	
Mínimo.	Máximo.
-0,035850773	-0,020645241

Se implementa un programa de cálculo en el *Asistente Matemático Matlab*, consideradas todas las hojas simuladas para las que se calculan las respectivas funciones que simulan el borde de las hojas y facilitan el cálculo del área que encierran y un coeficiente para cada una de éstas, comparando el área calculada con la de un rectángulo asociado. Previamente se determina para cada una, el intervalo en que se puede seleccionar según las condiciones 4 y análogas, los valores de la concavidad que garantizan simular la forma real de las hojas.

El programa se ejecuta para 21 hojas ideales y se muestran en la *tabla 2.1.1* los valores mínimo, máximo y promedios del área y el coeficiente foliar. La literatura no reporta un estudio en este orden



para la estimación del área de una hoja de las especies de interés, existen otras tasas más generales, referidas antes y que describen cualitativamente esta característica.

Tabla 2.1.1. (Los autores). Medidas del área y el coeficiente foliar asociados a cada hoja ideal, para un valor dado de la concavidad.

Resultados. AreaFV(10). Desplazado a la derecha 0,01.			
Área Foliar.	Coefficiente Foliar.	Área Promedio.	Coefficiente Promedio.
Mínimo.	Mínimo.	10,89085875	0,703331343
8,684731871	0,695310233		
Máximo.	Máximo.		
13,1902892	0,722492351		

Las gráficas de la *figura 2* ilustran cada una de las hojas utilizadas, obtenidas éstas con las medidas ideales de los nodos, a partir de los nodos de medidas promedios. Gráficas similares se obtienen para el resto de las ejecuciones para las hojas de vainilla, que incluyen las medidas de forma experimental y que no se incluyen en el trabajo. La *tabla 2.2.1* incluye variables relacionadas con el área y el coeficiente de las 21 hojas utilizadas.

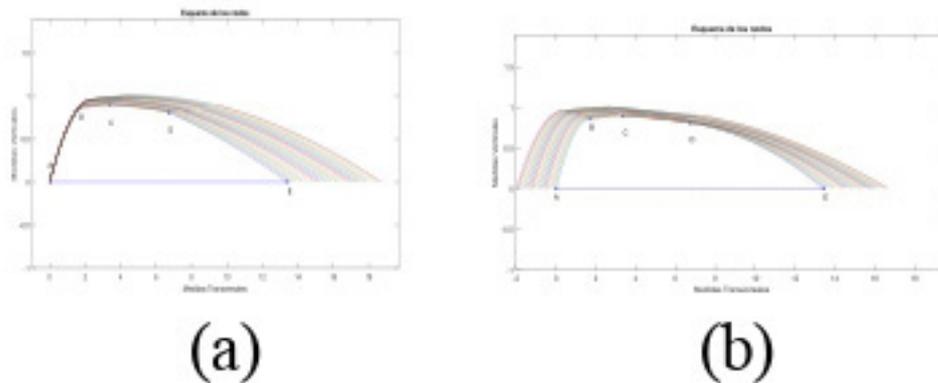


Figura 2. Gráficas de todas las hojas de vainilla con nodo común en el peciolo (a) y desplazadas (b), simuladas desde la más pequeña hasta las más grandes, para la concavidad aceptable.

Tabla 2.2.1. (Los autores). Variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas ideales, para un valor dado de la concavidad.

Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coefficiente.	Área.	Coefficiente.	Área.	Coefficiente.
4,505557331	0,027182118	0,413700833	0,038647671	1,396316361	0,008662337



El rango de variación del área y del coeficiente, que tienen un comportamiento cuantitativo diferente, pues es esperado que los valores de área cambien en un rango amplio, debido a los tamaños distintos de las hojas, y en cambio el rango de variación del coeficiente es reducido, apreciándose mejor la estabilidad del valor medio del coeficiente foliar, a partir de los valores de la variación relativa con respecto al valor medio dado en la *tabla 2.1.1*, inferior al 4 % y una desviación estándar muestral inferior a nueve milésimas.

Las *tablas 2.1.2 – 2.2.2* muestran los resultados de la ejecución del programa, ahora para los valores de la concavidad modificado en un 10 % del valor seleccionado, desplazado desde la izquierda del intervalo de valores aceptables, para cada par de nodos consecutivos, obteniendo resultados similares en cuanto a la variabilidad del coeficiente foliar, con una variación relativa del 4 % y una desviación estándar de nueve milésimas, que indica que la mayoría de cada uno de los coeficientes calculados para cada una de las hojas en las dos ejecuciones, se encuentran a menos de nueve milésimas del valor medio.

Tabla 2.1.2. (Los autores). Medidas del área y el coeficiente foliar asociados a cada hoja ideal, para un valor dado de la concavidad, modificado en un 10 por ciento del valor.

Resultados. AreaFV(10). Desplazado a la derecha 0,011.			
Área Foliar.	Coeficiente Foliar.	Área Promedio.	Coeficiente Promedio.
Mínimo.	Mínimo.	10,83879757	0,7000441
8,655517906	0,692019778		
Máximo.	Máximo.		
13,11178171	0,720062009		

Tabla 2.2.2. (Los autores). Variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas ideales, para un valor dado de la concavidad, modificado en un 10 por ciento del valor.

Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
4,456263799	0,028042231	0,411140052	0,040057807	1,380990727	0,009114146

La *tabla 2.3.1* representa las diferencias entre las variaciones para el rango, la variación relativa y la desviación estándar, para las dos corridas de los datos, apreciándose en los valores referidos al coeficiente foliar, (pues el área es un recurso intermedio para obtenerlo), diferencias del orden de las milésimas o las diezmilésimas.

Tabla 2.3.1. (Los autores). Comparación de las variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas ideales, para ambos valores de la concavidad.

Diferencias para el área y el coeficiente.					
Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
0,049293532	-0,000860113	0,00256078	-0,001410136	0,015325634	-0,00045181



Hojas experimentales. Los datos experimentales también son procesados, calculando para cada hoja medida, el área y el coeficiente asociado. Las *tablas 2.1.3 - 2.1.4, 2.2.3 - 2.2.4* y *2.3.2* contienen los valores obtenidos, en los que se observan resultados similares a los que reflejaron los cálculos para las hojas ideales. Los cálculos como en el caso de las hojas ideales, se realizan primero considerando un valor de la concavidad aceptable, situado en el lado izquierdo del intervalo y posteriormente, para este valor modificado en un 10 %.

Tabla 2.1.3. (Los autores). Medidas del área y el coeficiente foliar asociados a cada hoja experimental, para un valor dado de la concavidad.

Resultados. AreaFVe(30). Desplazado a la derecha 0,01 ó 0,001.			
Área Foliar.	Coeficiente Foliar.	Área Promedio.	Coeficiente Promedio.
Mínimo.	Mínimo.	10,95227493	0,708674877
7,599408494	0,661658862		
Máximo.	Máximo.		
14,99961653	0,75424831		

Tabla 2.2.3. (Los autores). Variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas experimentales, para un valor dado de la concavidad.

Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
7,400208033	0,092589448	0,675677709	0,130651517	2,183478532	0,019062397

Tabla 2.1.4. (Los autores). Medidas del área y el coeficiente foliar asociados a cada hoja experimental, para un valor dado de la concavidad, modificado en un 10 por ciento del valor.

Resultados. AreaFVe(30). Desplazado a la derecha 0,011 ó 0,0011.			
Área Foliar.	Coeficiente Foliar.	Área Promedio.	Coeficiente Promedio.
Mínimo.	Mínimo.	10,90470292	0,705704679
7,57595226	0,658960735		
Máximo.	Máximo.		
14,91251568	0,752335178		

Tabla 2.2.4. (Los autores). Variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas experimentales, para un valor dado de la concavidad, modificado por un 10 por ciento del valor.

Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
7,33656342	0,093374443	0,672788931	0,132313765	2,166500972	0,019511513



Tabla 2.3.2. (Los autores). Comparación de las variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas experimentales, para ambos valores de la concavidad.

Diferencias para el área y el coeficiente.					
Rango área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
0,063644613	-0,000784995	0,002888778	-0,001662248	0,01697756	-0,000449116

El análisis y la búsqueda de un coeficiente para estimar el área de una hoja cualquiera de vainilla, que pueda ser utilizado entonces para estimar el área foliar de la planta completa, ha confirmado con el método seguido, que se mantienen invariables dos lugares decimales, es decir, como se aprecia en las *tablas 2.1.1 – 2.1.4* el valor medio del coeficiente obtenido, fundamenta que es del orden de 0,70 del área del rectángulo que contiene la hoja de vainilla, a partir de las medidas indicadas, que se toman desde la base del peciolo hasta el ápice L_h y por la sección más ancha perpendicular al nervio central An_h . El área se calcula como sigue:

$$Ar_h = 0,70L_hAn_h \tag{5}$$

Papa china, hojas simuladas. Para la determinación del coeficiente foliar para la hoja de papa china, se sigue un análisis similar con un programa de cálculo automatizado similar, con la distinción de que se utilizan siete nodos, como se indicó en la *figura 1b*, que conduce a la utilización de seis intervalos *tablas 1.3 – 1.4*, en los que se seleccionan los valores de la concavidad, que es de signo positivo en dos de estos.

Tabla 1.3. (Los autores). Valores aceptables de la concavidad, para cada curva de simulación del borde de las hojas pequeñas y grandes, con los valores medios de las medidas para cada nodo.

Incluye seis intervalos debido al uso de siete nodos para simular el borde de la hoja.

$P_1 \sim P_6$ Adecuados por intervalos		
-0,335669147	-0,214950955	-0,99219367
-5,448544175	6,977608358	0,236603043
Hojas pequeñas, concavidad.		
Intervalo 1	Intervalo 2	Intervalo 3
-0,432546019	-0,314950955	-1,002193672
Intervalo 4	Intervalo 5	Intervalo 6
-5,948544175	7,977608358	0,246603043
Hojas grandes, concavidad.		
Intervalo 1	Intervalo 2	Intervalo 3
-0,268701427	-0,300251382	-0,333797455
Intervalo 4	Intervalo 5	Intervalo 6
	3,539003325	0,104154270



Tabla 1.4. (Los autores). Valores máximos y mínimos aceptables, para cada curva de simulación del borde de las hojas ideales.

Extremos concavidad intervalos	
Intervalo 1.	
Mínimo.	Máximo.
-0,435669147	-0,268701427
Intervalo 2.	
Mínimo.	Máximo.
-0,314950955	-0,23838801
Intervalo 3.	
Mínimo.	Máximo.
-1,002193672	-0,333797455
Intervalo 4.	
Mínimo.	Máximo.
-5,948544175	-1,147426447
Intervalo 5.	
Mínimo.	Máximo.
3,539003325	7,977608358
Intervalo 6.	
Mínimo.	Máximo.
0,10415427	0,246603043

En las *tablas 2.1.5 – 2.2.6*, se incluyen los resultados de las hoja de papa china simuladas o ideales, para valores aceptables de la concavidad desplazados desde la izquierda o la derecha, según sea la concavidad de signo negativo o positivo (Según se doble hacia abajo o hacia arriba, ver *figura 1b*) y para el caso en que se modifican los valores de la concavidad seleccionada para la ejecución anterior en un 10 %; la diferencia ente los valores medios del coeficiente foliar en las dos ejecuciones, es menor de una milésima. Estos resultados indican una variabilidad razonable del coeficiente calculado para cada hoja ideal y por tanto esperar que las ejecuciones con los valores nodales, para las hojas experimentales, se comporten en este orden. El programa implementado, como para las *tablas 2.1.1 – 2.2.4* calcula un valor para el área de cada hoja y el coeficiente asociado, que no se incluyen en éstas.

Tabla 2.1.5. (Los autores). Medidas del área y el coeficiente foliar asociados a cada hoja ideal, para un valor dado de la concavidad.

Resultados. AreaFP(10). Desplazado a la derecha 0,1; 0,1; 0,01; 0,5 y a la izquierda 1; 0,01.			
Área Foliar.	Coeficiente Foliar.	Área Promedio.	Coeficiente Promedio.
Mínimo.	Mínimo.	477,6150262	0,76050055
186,0896943	0,74879315		
Máximo.	Máximo.		
891,6522254	0,77333606		



Tabla 2.2.5. (Los autores). Variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas ideales, para un valor dado de la concavidad.

Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coficiente.	Área.	Coficiente.	Área.	Coficiente.
705,562531	0,024542909	1,477262005	0,032272047	219,647265	0,00753843

Las gráficas de la *figura 3* ilustran cada una de las hojas utilizadas, obtenidas éstas con las medidas ideales de los nodos, a partir de los nodos de medidas promedios. Gráficas similares se obtienen para el resto de las ejecuciones para las hojas de papa china, que incluyen las medidas de forma experimental y que no se incluyen en el trabajo.

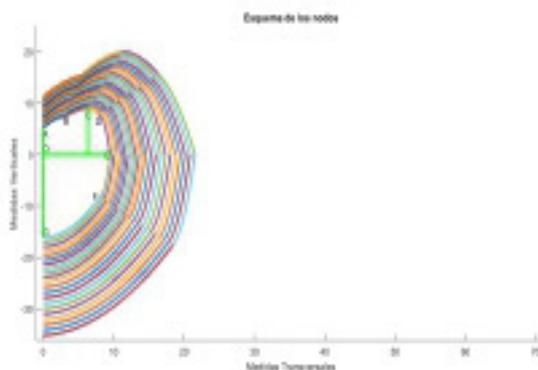


Figura 3. Gráficas de todas las hojas de papa china con peciolo común en el punto θ , simuladas desde la más pequeña hasta la más grande, para las concavidades aceptables.

El programa desarrollado para el caso de la papa china, incluye la consideración de la forma convexa de estas hojas en una sección del borde. La desviación estándar para el coeficiente, inferior a ocho milésimas, indica la agrupación alrededor de la media de los valores para la mayoría de las hojas consideradas, es decir, significa poca variabilidad del coeficiente; tal comportamiento es esperado, pues la media cambia muy poco, de la corrida con los valores seleccionados de la concavidad y modificada esta en un diez por ciento en los seis intervalos determinados por los nodos.

Las diferencias entre los valores medios del coeficiente foliar, en ambas corridas *tablas 2.1.5 – 2.1.6*, son inferiores a una milésima; así como las que corresponden a la variación relativa y la desviación estándar, tanto para el área como para el coeficiente foliar, son de este mismo orden, como muestra la *tabla 2.3.3*, aunque no así para el rango del área, que se explica por los distintos tamaños de las hojas, no así el rango del coeficiente foliar, que muestra pequeños cambios.



Tabla 2.1.6. (Los autores). Medidas del área y el coeficiente foliar asociados a cada hoja ideal, para un valor dado de la concavidad, modificado en un 10 por ciento del valor.

Resultados. AreaFP(10). Desplazado a la derecha 0,11; 0,11; 0,011; 0,5 y a la			
Área Foliar.	Coeficiente Foliar.	Área Promedio.	Coeficiente Promedio.
Mínimo.	Mínimo.	476,9456698	0,759552717
185,9508632	0,74739393		
Máximo.	Máximo.		
889,9860563	0,77275912		

Tabla 2.2.6. (Los autores). Variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas ideales, para un valor dado de la concavidad, modificado en un 10 por ciento del valor.

Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
704,035193	0,025365185	1,476132897	0,033394897	219,1801677	0,007791327

Tabla 2.3.3. (Los autores). Comparación de las variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas ideales, para ambos valores de la concavidad.

Diferencias para el área y el coeficiente.					
Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
1,527338003	-0,000822275	0,001129108	-0,00112285	0,467097257	-0,000252897

Hojas experimentales. En las *tablas 2.1.7 – 2.2.8*, se incluyen los resultados de cada hoja de papa china medida experimentalmente, para valores aceptables de la concavidad desplazados desde la izquierda o la derecha, según sea la concavidad de signo negativo o positivo y para el caso en que se modifican los valores de la concavidad seleccionada para la primera ejecución, en un 10 %, tal como se realizó con las hojas simuladas; la diferencia ente los valores medios del coeficiente foliar en las dos ejecuciones, es menor de una milésima. Las medidas utilizadas, se refieren a las hojas de papa china, muestreadas de diferente tamaño.

Tabla 2.1.7. (Los autores). Medidas del área y el coeficiente foliar asociados a cada hoja experimental, para un valor dado de la concavidad.

Resultados. AreaFPe(30). Desplazado a la derecha 0,1; 0,1; 0,01; 0,2 y a la izquierda 0,5; 0,01			
Área Foliar.	Coeficiente Foliar.	Área Promedio.	Coeficiente Promedio.
Mínimo.	Mínimo.	507,5326595	0,763828022
143,7828188	0,731904198		
Máximo.	Máximo.		
1203,526181	0,811659679		



Tabla 2.2.7. (Los autores). Variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas experimentales, para un valor dado de la concavidad.

Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
1059,743362	0,079755481	2,088029888	0,104415495	318,3463023	0,019654012

Tabla 2.1.8. (Los autores). Medidas del área y el coeficiente foliar asociados a cada hoja experimental, para un valor dado de la concavidad, modificado en un 10 por ciento del valor.

Resultados. AreaFPe(30). Desplazado a la derecha 0,11; 0,11; 0,011; 0,22 y a la			
Área Foliar.	Coeficiente Foliar.	Área Promedio.	Coeficiente Promedio.
Mínimo.	Mínimo.	506,9048653	0,763046982
143,6804327	0,730745849		
Máximo.	Máximo.		
1201,131296	0,811271633		

Tabla 2.2.8. (Los autores). Variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas experimentales, para un valor dado de la concavidad, modificado en un 10 por ciento del valor.

Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
1057,450863	0,080525784	2,08609334	0,105531882	317,7920108	0,01988137

Tabla 2.3.4. (Los autores). Comparación de las variaciones de las medidas del área y el coeficiente foliar de las hojas experimentales, para ambos valores de la concavidad.

Diferencias para el área y el coeficiente.					
Rangos área y coeficiente.		Variación relativa.		Desviación estándar.	
Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.	Área.	Coeficiente.
2,292499076	-0,000770303	0,001936549	-0,001116387	0,554291502	-0,000227357

La *tabla 2.3.4* representa como se comportan las diferencias para las distintas variables que se calculan para las hojas de papa china con medidas experimentales; en esta se aprecian también resultados de precisión similares a los obtenidos para la vainilla, particularmente para el coeficiente de área foliar. El análisis y la búsqueda de un coeficiente para estimar el área de una hoja cualquiera de papa china, que pueda ser utilizado entonces para estimar el área foliar de la planta completa, ha confirmado con el método seguido, que se mantienen invariables dos lugares decimales, es decir, como se aprecia en las *tablas 2.1.5 – 2.1.8* el valor medio del coeficiente obtenido, fundamenta que es del orden de 0,76 del área del rectángulo que contiene un lóbulo de la hoja de papa china, a partir de las medidas indicadas, que se toman en la línea perpendicular al nervio central desde el peciolo hasta el



borde An_l ; desde la base del peciolo hasta el ápice L_a , de una perpendicular desde la parte más elevada del lóbulo derecho, hasta la línea hacia el borde, que es perpendicular a la trazada hasta el ápice L_l . El área del lóbulo se calcula como sigue:

$$Ar_l = 0,76(L_a + L_l)An_l \quad (6.1)$$

Para medir la hoja completa, se aplica el procedimiento a ambos lóbulos, dado que el tamaño puede ser notablemente diferente. No obstante si la *fórmula 6.1* se distingue para los dos lóbulos, dado que el largo hasta el ápice L_a es común, $Ar_{li} = 0,76(L_a + L_{li})An_{li}$ y $Ar_{ld} = 0,76(L_a + L_{ld})An_{ld}$, sumando obtenemos,

$$Ar_{hoja} = 0,76(L_a(An_{li} + An_{ld}) + An_{li}L_{li} + An_{ld}L_{ld}),$$

donde el término $An_{li} + An_{ld} = A_h$ que representa el ancho de la hoja medido a nivel del peciolo, resultando,

$$Ar_{hoja} = 0,76(L_a A_h + An_{li}L_{li} + An_{ld}L_{ld}) \quad (6.2)$$

La *fórmula 6.2* describe una relación para la hoja completa y que geoméricamente significa, considerar la hoja inscrita en tres rectángulos, uno en la parte del peciolo hacia abajo y otros dos, una para cada parte del peciolo hacia arriba.

Finalmente, la variación del coeficiente foliar para las hojas simuladas o experimentales para los dos tipos de hojas, del orden de las milésimas, garantiza que el error al calcular el área de una hoja, sea inferior al 0,9 por ciento del tamaño real, es decir, son válidas las siguientes relaciones,

$$| (0,70 \pm 0,009)Área - (0,70)Área | \leq (0,009)Área \quad (7.1)$$

$$| (0,76 \pm 0,009)Área - (0,76)Área | \leq (0,009)Área \quad (7.2)$$

Estas acotaciones permiten precisar que para la vainilla, en las unidades medidas los mayores valores encontrados para el largo y el ancho de la hojas, es de 20 *cm* y 2,5 *cm* respectivamente, que facilitan un área del rectángulo en el que se inscribe la hoja de 50 *cm*²; por tanto, el error mayor en que se puede incurrir al calcular el área de una hoja, según la relación 7.1, es inferior a 0,45 *cm*². Para las hojas de papa china, sobre las que las mayores medidas de largo y ancho de un lóbulo es de 65 *cm* y 27 *cm* respectivamente, alcanza un área máxima del rectángulo dado de 1755 *cm*², por lo que se puede producir un error máximo de 15,795 *cm*² para cada lóbulo. Un análisis similar puede realizarse con la fórmula 6.2 para toda la hoja.



CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos referentes a la determinación de un coeficiente foliar para dos especies de plantas de forma y tamaño diferentes, puede utilizarse para otras especies, introduciendo las adecuaciones pertinentes, incluyendo modificaciones del tipo sectorial para especies con hojas más ramificadas y dispersas en la forma, agregando a las mediciones en coordenadas rectangulares para cada par de nodos, la amplitud angular que dos nodos consecutivos determinan en la hoja.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Apaza, A.M. (s.f). Interpolación segmentaria o splines. *Cálculo numérico - Programación aplicada*. <https://fisicauv.jimdo.com/app/download/8924297868/splines-2.pdf?t=1505700219> (Consultado 25.01.2021).
- [2] Apolo, F. (2015). *Entorno virtual de aprendizaje para la lectura del calibrador pie de rey, para el bachillerato técnico especialidad mecánica industrial del colegio de bachillerato "8 de noviembre", cantón Piñas, provincia de El Oro, periodo 2015 –2016*. [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de Loja]. Repositorio institucional de la Universidad Nacional de Loja. <https://dspace.unl.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/10199/1/TESIS%20FERNANDO%20APOLO.pdf>
- [3] Asistentes Matemáticos, en la versión Matlab R 2015^a.
- [4] Barrera, J., Suárez, D., Melgarejo, L., (2010). Análisis de crecimiento en plantas. En Universidad Nacional de Colombia. *Experimentos en fisiología vegetal*. (Edición 1, p. 25-30). Colombia: Melgarejo. http://bdigital.unal.edu.co/8545/5/04_Cap02.pdf <http://bdigital.unal.edu.co/8545/>
- [5] Cardona-Ayala, C., Araméndiz, H., Barrera, C. (2009). Estimación del área foliar de papaya (*Carica papaya L.*) basada en muestreo no destructivo. *Revista U.D.C.A.* 12(1):131-132. <http://www.scielo.org.co/pdf/rudca/v12n1/v12n1a14.pdf>
- [6] García Serano-Jiménez, P., et al. Guía práctica de la fertilización racional de los cultivos en España. 2009. Ministerio de medio ambiente y medio rural y marítimo. Secretaría. Secretaría general técnica. Centro de publicaciones. NIPO: 770-10-150-4. ISBN: 978-84-491-0997-3. Depósito Legal: M-27226-2010 Tienda virtual: www.marm.es. centropublicaciones@marm.es. Catálogo General de Publicaciones Oficiales: <http://www.060.es>, (servicios en línea/oficina virtual/Publicaciones).
- [7] Megías, M., Molist, P. y Pombal, M., (2018). Órganos vegetales LA HOJA. Universidad de Vigo, Departamento de Biología Funcional y Ciencias de la Salud, Facultad de Biología. *Atlas de histología vegetal y animal*. (p.3) España. <https://mmegias.webs.uvigo.es/descargas/o-v-hoja.pdf>
- [8] Vilar, B. A. (2017). Generación de curvas mediante algoritmos matemáticos de interpolación y de aproximación. Ingeniería en Organización Industrial, Universidad politécnica de Cartagena. <https://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/6697/pfc-vil-gen.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (Consultado 26.01.2021)



- [9] Warnock, R., Valenzuela, J., Trujillo, A., et al. (2006). Área foliar, componentes del área foliar y rendimiento de seis genotipos de caraota. *Revista agronomía Tropical*, 56(1). http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0002-192X2006000100002
- [10] Apaza, A.M. (s.f). Interpolación segmentaria o splines. *Cálculo numérico - Programación aplicada*. <https://fisicauv.jimdo.com/app/download/8924297868/splines-2.pdf?t=1505700219>

