



UNIVERSIDAD REGIONAL AMAZÓNICA IKIAM
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y AGUA
CARRERA DE GEOCIENCIAS

**Modelo bi-variado para homogeneización del Balance de Masa
Glaciar para estudios de variabilidad climática en
los Andes Tropicales**

Proyecto de investigación previo a la obtención del Título de:

INGENIERA EN GEOCIENCIAS

AUTOR

BETSY VIVIANA ESCALANTE SÁNCHEZ

Napo – Ecuador

2023



UNIVERSIDAD REGIONAL AMAZÓNICA IKIAM

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y AGUA

CARRERA DE GEOCIENCIAS

**Modelo bi-variado para homogeneización del Balance de Masa
Glaciar para estudios de variabilidad climática en
los Andes Tropicales**

Proyecto de investigación previo a la obtención del Título de:

INGENIERA EN GEOCIENCIAS

AUTOR: BETSY VIVIANA ESCALANTE SÁNCHEZ

TUTOR: MSc. MOISÉS RUBEN GUALAPURO GUALAPURO

Napo – Ecuador

2023

**DECLARACIÓN DE DERECHO DE AUTOR, AUTENTICIDAD Y
RESPONSABILIDAD**

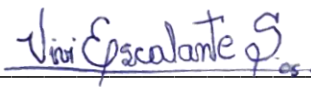
Tena, 30 de enero de 2023

Yo, Betsy Viviana Escalante Sánchez con documento de identidad N° 092326181-2, declaro que los resultados obtenidos en la investigación que presento en este documento final, previo a la obtención del título de Ingeniera en Geociencias son absolutamente inéditos, originales, auténticos y personales.

En virtud de lo cual, el contenido, criterios, opiniones, resultados, análisis, interpretaciones, conclusiones, recomendaciones y todos los demás aspectos vertidos en la presente investigación son de mi autoría y de mi absoluta responsabilidad.

Por la favorable atención a la presente, suscribo de usted,

Atentamente,



Betsy Viviana Escalante Sánchez

C.I.: 092326181-2

CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DE TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR

Certifico que el trabajo de integración curricular titulado: “Modelo bi-variado para homogeneización del Balance de Masa Glaciar para estudios de variabilidad climática en los Andes Tropicales”, en la modalidad de proyecto de investigación en formato Tesis, fue realizado por Betsy Viviana Escalante Sánchez, bajo mi dirección.

El mismo ha sido revisado en su totalidad y analizado por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto, cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad Regional Amazónica Ikiam, para su entrega y defensa.

Tena, 30 de enero de 2023



Moisés Gualapuro Gualapuro

C.I: 1003124284

AGRADECIMIENTOS

Mi profundo agradecimiento a mis tutores de tesis, al PhD. Rubén Basantes, que con su experiencia, conocimiento, colaboración y motivación permitió el desarrollo de este trabajo. Al MSc. Moisés Gualapuro, millón gracias, por la confianza entregada, por la amistad brindada, usted hizo tan amena la creación del algoritmo. Terminar este proyecto no hubiera sido posible sin el apoyo profesional de ustedes, quien con paciencia me guiaron, gracias por permitirme aprender tanto.

A los M.Ed. Aquiles Segarra y Gioconda Lindao, gracias por permitirme culminar esta meta, gracias por su apoyo incondicional. A todos los profesores que fueron parte de mi formación profesional, en especial al PhD. Bryan Valencia y al PhD. José Luis Sánchez quienes sin saber me motivaron a seguir la carrera universitaria que elegí.

Gracias a todas aquellas personas que se presentaron en el camino y de alguna u otra manera me apoyaron. PhD. Jorge Batres, MSc. Bety Vasco, Sra. Johana Lema, Sra. Susana Cerda ocupan un lugar importante en mi corazón, gracias por su solidaridad, por extenderme sus manos cuando lo necesité.

DEDICATORIA

Dicen que la mejor herencia que nuestros padres nos pueden dejar son los estudios. Dedico este trabajo a mis padres, Jacinto Escalante y Galelia Sánchez. Mamita bella, gracias por tu amor infinito, por tu motivación, por tus consejos, por tus llamadas inesperadas que me levantaban el ánimo. Usted es mi ejemplo de esfuerzo, esa lucha diaria con esa sonrisa a flor de piel pese a las adversidades es lo que me mantuvo en pie muchas veces; A mis hermanos, gracias por sus palabras de aliento, por sus guías. Cada consejo que me han brindado, me ha servido para crecer profesionalmente y como persona. De manera especial a ti, Joissy, por toda tu ayuda desde lejos. A todos ustedes, infinitas gracias, que este trabajo represente el fruto de sus sacrificios, su tiempo, empeño y esfuerzo.

A ustedes, Belén Benites y Andrea Cedeño, hermanas que no requirieron lazos sanguíneos, gracias por estar ahí, por extenderme sus manos en momentos difíciles, por sus consejos, por las risas, aprendizaje mutuo y por todo el cariño brindado. A ti, David Pazmiño, por impulsarme siempre a no dudar de lo que puedo llegar a ser y hacer, gracias por tu compañía, por tu sentido del humor y tu apoyo, por darte el tiempo de brindarme sugerencias que me sirvieron un montón, gracias por ayudarme a culminar esta meta. En el camino encuentras personas que iluminan tu vida, que con su apoyo alcanzas de mejor manera tus objetivos, y ustedes hicieron que, a través de sus consejos, de su complicidad y tiempo, fuera más amena y divertida concluirlo.

A ti princesa mía, Victoria, gracias por ser ese motor que me impulsa a seguir, gracias por tu amor, por tu apoyo, por tu paciencia, por tu espera, por tus palabras que me hacían sentir orgullosa de lo que soy y de lo que te puedo enseñar.

No me alcanzan las palabras para expresar mi gratitud a todos ustedes, pero sin su apoyo no lo hubiese conseguido, gracias por estar conmigo en los momentos difíciles, alegres, y tristes. Los amo. Lo logramos.

ÍNDICE GENERAL

DECLARACIÓN DE DERECHO DE AUTOR, AUTENTICIDAD Y RESPONSABILIDAD.....	i
CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DE TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR	ii
AGRADECIMIENTOS.....	iii
DEDICATORIA	iv
ÍNDICE GENERAL.....	v
ÍNDICE DE TABLAS.....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS	viii
ÍNDICE DE ANEXOS	x
RESUMEN	xi
ABSTRACT	xii
1. CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	1
1.1. Antecedentes.....	1
1.1.1. <i>Cambio Climático</i>	1
1.1.2. <i>Glaciares Tropicales: Víctimas del Cambio Climático</i>	3
1.1.3. <i>Balance de Masa Glaciar</i>	5
1.1.4. <i>Cálculo de Balance de Masa por el Método Glaciológico</i>	7
1.1.5. <i>Disponibilidad de Datos para el Cálculo del Balance de Masa en Glaciares Tropicales Andinos</i>	10
1.2. Planteamiento del Problema.....	11
1.3. Justificación de la Investigación.....	11
1.4. Objetivos de la Investigación	13
1.4.1. <i>General</i>	13
1.4.2. <i>Específicos</i>	13
2. CAPÍTULO II: MARCO METODOLÓGICO	14
2.1. Sitio de Estudio y Contexto Climático	14
2.2. Datos Disponibles y Pre-procesamiento de la Información	19
2.3. Metodología.....	20

2.3.1.	<i>Modelo Bi-variado</i>	20
2.3.2.	<i>Cálculo de los Parámetros del Modelo</i>	21
2.3.3.	<i>Balance de Masa Distribuido</i>	23
2.4.	Validación del Método de Balance Distribuido	25
3.	CAPÍTULO III: PRESENTACIÓN DE DATOS Y RESULTADOS	26
3.1.	Balance de Masa mediante Modelo Bi-variado	26
3.2.	Balance de Masa Distribuido	31
3.3.	Balance Neto Anual	36
3.4.	Validación del Método de Balance Distribuido	37
3.5.	Climatogramas	38
4.	CAPÍTULO IV: INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN	42
5.	CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	47
5.1.	Conclusiones	47
5.2.	Recomendaciones	48
	REFERENCIAS	49
	ANEXOS	57

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1. Glaciares seleccionados localizados en la región andina tropical.....	14
Tabla 2-2. Datos disponibles para uso en el modelo.....	19
Tabla 2-3. Métricas estadísticas de precisión para modelos de regresión.....	22
Tabla 3-1. Resultado del análisis estadístico para elección del mejor modelo de regresión.....	27
Tabla 3-2. Resultado del Test Tukey's HSD.....	37
Tabla 3-3. Desviación estándar de los métodos Polinomial y Kriging para los glaciares Antisana 15α y Zongo.....	38
Tabla 3-4. Matriz de correlación. Los valores entre paréntesis indican el p-valor.....	40

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1. Efecto invernadero (izquierda) y calentamiento global (derecha).....	2
Figura 1-2. Cambio de temperatura media anual sobre la tierra y los océanos (1880–2020).	2
Figura 1-3. Gradientes y perfiles de BM característicos de glaciares tropicales.....	6
Figura 1-4. Esquema de las zonas del glaciar.	6
Figura 1-5. Cálculo del balance de masa glaciológico por rangos altitudinales promediados e interpolados para el glaciar Zongo.	9
Figura 1-6. Interpolación de superficies para el glaciar Zongo.	9
Figura 2-1. Distribución de áreas glaciares en los trópicos.	14
Figura 2-2. Glaciar Antisana 15α.	15
Figura 2-3. Climatograma para la zona del glaciar Antisana 15α.	16
Figura 2-4. Glaciar Zongo.....	17
Figura 2-5. Climatograma para la zona del glaciar Zongo.....	18
Figura 3-1. Desviación estándar previa versus altura para el glaciar Antisana 15α y Zongo.....	26
Figura 3-2. Gráfico de radar o tela de araña de índices estadísticos para Antisana 15α y Zongo.....	27
Figura 3-3. Desviación anual del balance de masa promedio.....	27
Figura 3-4. BM anual observado (puntos) y modelados (líneas) por elevación para el glaciar Antisana 15α utilizando el Modelo Bi-variado.....	28
Figura 3-5. BM anual observado (puntos) y modelado (líneas) por elevación para el Zongo.....	28
Figura 3-6. Fluctuaciones puntuales del balance de masa anual para diferentes elevaciones, obtenidas del Modelo Bi-variado para Antisana 15α (izquierda) y Zongo (derecha).	29

Figura 3-7. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el Antisana 15 α para cada año hidrológico, obtenido del Modelo Bi-variado.....	30
Figura 3-8. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el Zongo para cada año hidrológico, obtenido mediante el Modelo Bi-variado.....	31
Figura 3-9. Fluctuaciones del balance de masa anual para cada glaciar, obtenidas del Modelo Bi-variado, distribución polinomial y por Kriging.	32
Figura 3-10. BM acumulados (m w.e.) calculados a partir del Modelo Bi-variado, BM distribuidos mediante D. Polinomial y Kriging.	32
Figura 3-11. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el glaciar Antisana 15 α para cada año hidrológico, obtenido de la D. polinomial.	33
Figura 3-12. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el glaciar Zongo para cada año hidrológico, obtenido de la D. polinomial.....	34
Figura 3-13. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el glaciar Antisana 15 α para cada año hidrológico, obtenido de la D. Kriging.	35
Figura 3-14. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el glaciar Zongo para cada año hidrológico, obtenido de la D. Kriging.....	36
Figura 3-15. Balance de masa neto obtenido mediante el método clásico, polinomial y por Kriging.	37
Figura 3-16. Precipitación acumulada (barras) y temperatura promedio (línea) interanual, para la zona del glaciar Antisana 15 α	38
Figura 3-17. Precipitación acumulada (barras) y temperatura promedio (línea) interanual, para la zona del glaciar Zongo.....	39
Figura 3-18. (A) Variación anual del Balance de masa neto y precipitación; (B) Variación anual del Balance de masa neto y temperatura, para los glaciares estudiados.	40
Figura 3-19. Serie temporal del Índice bimestral multivariado del ENSO (MEI.v2).	41

ÍNDICE DE ANEXOS

- Anexo 1.** Diagrama de flujo de la metodología.
- Anexo 2.** Balance de masa observado sobre el glaciar Antisana 15 α (m w.e.).
- Anexo 3.** Balance de masa observado sobre el glaciar Zongo (m w.e.).
- Anexo 4.** Término temporal βt (desviación del balance de masa) y el βt acumulado anual.
- Anexo 5.** Balance de masa promedio, balance de masa normalizado, γ_i y $b_i.t$, modelado, por celda.
- Anexo 6.** BM total anual obtenido mediante el método clásico, por distribución polinomial y kriging con las variaciones de área anual, para el glaciar Antisana 15 α .
- Anexo 7.** BM total anual obtenido mediante el método clásico, por distribución polinomial y kriging, con las variaciones de área anual, para el glaciar Zongo.
- Anexo 8.** Semivariograma experimental y modelo exponencial ajustado para el glaciar Antisana 15 α .
- Anexo 9.** Semivariograma experimental y modelo exponencial, ajustado para el glaciar Zongo.
- Anexo 10.** Distribución de residuales del Modelo Bi-variado, y para las dos distribuciones: Polinomial y Kriging, del Antisana 15 α (izquierda) y Zongo (derecha).
- Anexo 11.** Gradiente de elevación de balance de masa promedio para la zona de ablación, del glaciar Antisana 15 α (arriba) y Zongo (abajo).

RESUMEN

El retroceso de los glaciares es la evidencia más clara de los efectos negativos del cambio climático que ha ocurrido en las últimas décadas. Un parámetro fundamental para comprender la influencia que ejerce el clima en el deshielo glaciar es el Balance de Masa. Los balances de masa de todo el glaciar determinados a partir de observaciones geodésicas no proporcionan una señal climática relevante, ya que dependen de la respuesta dinámica de los glaciares. Los datos de balance de masas in situ, proveen una señal climática directa, pero muestran una fuerte variabilidad espacial que es difícil de evaluar a partir de mediciones in situ heterogéneas durante varias décadas. Para abordar este problema, el presente estudio implementó un algoritmo en el Software R, de un Modelo Bi-variado, que tomó como base la conceptualización matemática y estadística de trabajos previos, para determinación del balance de masa glaciar considerando los cambios espaciales y temporales en el balance puntual. El análisis se realizó para dos glaciares tropicales, Antisana 15α de Ecuador y Zongo de Bolivia, usando mediciones de balance puntual del periodo de 1995-2017 y 1991-2015, respectivamente. El Modelo Bi-variado proporcionó balance de masas anuales homogéneos con las características intrínsecas de los datos y coherentes con las condiciones externas, capaces de explicar los cambios espaciales de los glaciares y su sensibilidad al cambio climático.

Palabras claves: *cambio climático, balance de masa glaciar, glaciares tropicales, retroceso glaciar, modelo bi-variado.*

ABSTRACT

The retreat of glaciers is the clearest evidence of the negative effects of climate change that has occurred in recent decades. A fundamental parameter to understand the influence that climate exerts on glacial melting is the Mass Balance. Glacier-wide mass balances determined from geodesic observations do not provide a relevant climate signal, as they depend on the dynamic response of glaciers. In situ mass balance data provide a direct climate signal, but show strong spatial variability that is difficult to assess from heterogeneous in situ measurements over several decades. To address this problem, the present study implemented a bi-varied model algorithm in R software, based on the mathematical and statistical conceptualization of previous works, to determine the glacier mass balance considering the spatial and temporal changes in the point balance. The analysis was performed for two tropical glaciers, Antisana 15 α from Ecuador and Zongo from Bolivia, using point balance measurements from the period 1995-2017 and 1991-2015, respectively. The Bi-varied Model provided homogeneous annual mass balance with the intrinsic characteristics of the data and consistent with external conditions, capable of explaining the spatial changes of glaciers and their sensitivity to climate change.

Keywords: *climate change, glacier mass balance, tropical glaciers, glacier retreat, bi-variate model.*

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Antecedentes

1.1.1. Cambio Climático

El cambio climático se refiere a una perturbación de los patrones climáticos globales que persiste durante varias décadas, generalmente al menos 30 años y debido a causas naturales o antrópicas [1]. El clima de la Tierra siempre ha estado cambiando, estos cambios responden a variaciones en la geodinámica externa e interna a gran escala. Por ejemplo: variaciones en la órbita terrestre, ciclos solares, circulación atmosférica, dinámica de los océanos y erupciones volcánicas [2]. Estos cambios han modulado el clima formando periodos glaciares, que se definen como un conjunto de periodos fríos intercalados por periodos más cálidos, llamados interglaciares. Dichos períodos han existido desde antes que la humanidad pudiera tener una influencia significativa sobre el clima y su calentamiento [3,4]. No obstante, la manera en que el clima ha cambiado, desde mediados del siglo XX (cambio climático antropogénico), no tiene precedentes dentro del registro instrumental [5]. Este fenómeno ha sido atribuido a la emisión de gases de efecto invernadero (GEI), tales como: dióxido de carbono, metano, óxido nitroso, vapor de agua y aerosoles; los cuales son producto de las actividades humanas [6], que alteran la composición química de la atmósfera y modifican el balance radiativo del planeta [2,7].

Los GEI tienen la capacidad de absorber parte de la radiación solar incidente (onda corta) y atrapan la radiación reflejada por la superficie terrestre (onda larga), causando el llamado efecto invernadero (Figura 1-1) [8]. El efecto invernadero es necesario para mantener la temperatura de la tierra a un nivel apropiado para el desarrollo de la vida [8,9], pero que se vuelve perjudicial, cuando la energía térmica del planeta aumenta por el incremento de la proporción de gases de efecto invernadero. El incremento acelerado de los GEI ha provocado un desbalance radiativo del planeta, produciendo un aumento acelerado de las temperaturas globales [8].

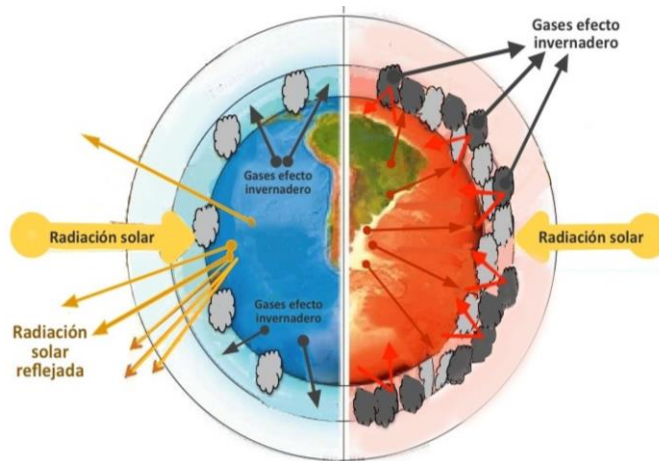


Figura 1-1. Efecto invernadero (izquierda) y calentamiento global (derecha).
Obtenido de ABCFichas, 2020 [10].

De este modo, el acelerado aumento en la emisión de GEI, ha inducido un incremento de entre 0.8 y 1.0 °C en la temperatura global desde finales del siglo XIX, en el auge de la era industrial [11,12]. Reportes indican que el calentamiento global ocasionado por actividades antropogénicas está aumentando entre 0.1°C y 0.3°C por década [13] (Figura 1-2). El cambio climático puede causar impactos, como un aumento de las tormentas, inundaciones, sequías, la disminución de las masas glaciares e incremento del nivel del mar [14], siendo la disminución de las masas glaciares una evidencia de los efectos negativos del cambio climático [15].

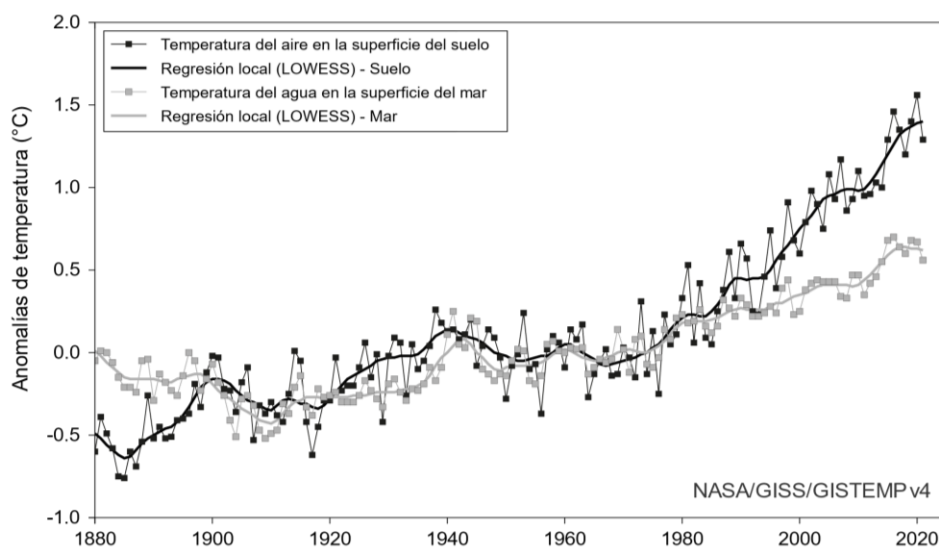


Figura 1-2. Cambio de temperatura media anual sobre la tierra y los océanos (1880–2020).

Las tendencias difieren debido a que las temperaturas sobre los continentes tienden a responder más rápidamente que los océanos [12].

Obtenido de NASA, 2021 [16].

1.1.2. Glaciares Tropicales: Víctimas del Cambio Climático

Los glaciares son masas de hielo que forman parte de la criósfera terrestre [4], son un importante elemento físico en términos climáticos, meteorológicos e hidrológicos [17]. Generalmente, los glaciares se forman en las regiones polares y en las zonas de alta montaña, donde se los conocen comúnmente como glaciares continentales o casquetes polares y glaciares alpinos o de montaña, respectivamente. Los glaciares son masas de hielo que poseen un carácter dinámico que depende de las condiciones atmosféricas y de la topografía de su lecho rocoso [17]. En las latitudes tropicales, solo tres sitios mantienen glaciares: la cadena montañosa Rwenzori en África, las montañas Irian Jaya en Nueva Guinea y la Cordillera de los Andes en Sudamérica [17], que en conjunto representan el 0.16% de la superficie glaciaria global [18]. Así mismo, en regiones tropicales más del 80% de las fuentes de agua se originan en regiones montañosas, afectando a las poblaciones aguas abajo. La mayoría de esa agua es inicialmente almacenada en glaciares de montaña. Más del 99% de los glaciares tropicales se localizan en países andinos como Perú, Bolivia y Ecuador. Los Andes tropicales representan el 7% (2271 km²) de la superficie glaciaria de la Cordillera de los Andes (2000-2008) [19].

Los Andes tienen una gran influencia en los patrones climáticos regionales, porque constituyen la única barrera a los patrones de circulación del hemisferio sur [20]. Los Andes tropicales poseen características climáticas dadas por la posición oscilante de la Zona de Convergencia Intertropical (ZCIT) y a la presencia del Sistema Monzónico Sudamericano (SAMS), así como a la convección atmosférica originada en la selva amazónica, que crea regímenes de precipitación que difieren incluso a corta distancia [21]. La variabilidad de temperatura en los Andes Tropicales depende principalmente de dos aspectos: el gradiente altitudinal y la humedad del aire, ambos determinados por el clima local [22]. Contrariamente, la precipitación no sigue un patrón lineal, sino que está determinada por la orografía andina y la influencia de los vientos prevalecientes localmente, lo que determina su alta variabilidad temporal y espacial [23].

Pese a su pequeño tamaño en términos de volumen (menos de 100 km³ o lo que es ~0.3 mm equivalente de nivel oceánico, a fines del siglo XX), los glaciares tropicales son excelentes marcadores climáticos que responden de manera sincrónica con la evolución del clima. Debido a su pronta respuesta ante las variaciones climáticas se ha catalogado a los glaciares tropicales como centinelas del clima [4]. Asimismo, los glaciares

tropicales son un regulador de caudales en periodos secos y contribuyen al suministro de agua para consumo humano, agricultura, producción de energía [24,25], en países como Ecuador, Perú y Bolivia.

Los glaciares andinos tropicales, tienen un funcionamiento diferente al de otros glaciares de montaña de latitudes medias o altas, pues no poseen ciclos definidos de pérdida (ablación) o ganancia (acumulación) de masa [26], lo que complica su interpretación en términos climáticos [27]. En los Andes tropicales, los glaciares poseen un ciclo corto, donde el aumento de masa se produce mediante nevadas en cualquier momento del año, y la pérdida de masa depende de las diferencias de temperatura entre la noche y las horas diurnas [26]. En el contexto actual de cambio climático, se esperaría que el aumento de las temperaturas sea mayor en zonas de montaña [28] causando la desaparición de varias masas glaciares, con drásticas consecuencias en términos hídricos, ecosistémicos y sociales [29].

Desde fines de la década de 1970, se ha documentado una reducción de entre 20% a 50% del tamaño de los glaciares tropicales [30,31] correlacionada con la variabilidad climática a escala interanual y decenal [21,32]. En este sentido, la pérdida de masa glaciar en los Andes tropicales para el periodo 2000-2018 corresponde a $1.0 \pm 0.5 \text{ Gt}$ por año [33] Esta pérdida de masa de hielo y nieve de los glaciares contribuyen de manera significativa al aumento del nivel del mar [34]. Según el último informe del Panel Intergubernamental del Cambio Climático (IPCC, en sus siglas en inglés), el nivel medio del océano está aumentando a un ritmo de 3.6mm por año [33].

El conocimiento de la relación entre el comportamiento de los glaciares tropicales y el clima es fundamental para entender el sistema climático global y el efecto del cambio climático en ecosistemas tropicales [35]. Cuando no se cuenta con series de registros instrumentales robustos, se realizan reconstrucciones paleoclimáticas a través de indicadores (proxies) climáticos, cuyas ventajas son ampliar el registro instrumental y proporcionar conocimientos sobre los fenómenos climáticos, por ejemplo, El Niño-Oscilación del Sur (ENSO, siglas en inglés) [36]. De hecho, se considera a las fluctuaciones de glaciares tropicales y subtropicales como importantes proxies paleoclimáticos [37]. El estudio de glaciares tropicales con base en registros instrumentales en los Andes ecuatorianos, inicia en la década de los 1990s, impulsado por el Instituto de Investigaciones para el Desarrollo (IRD, del francés *Institut de Recherche pour le Développement*) [38] e instituciones asociadas entre países andinos,

quienes establecieron el observatorio GLACIOCLIM en [39]. En Ecuador, los datos provienen del Glaciar Antisana 15α (1995-2012) [27], mientras que en Bolivia se monitorea el Glaciar Zongo (1991-2006) [40].

1.1.3. Balance de Masa Glaciar

Un parámetro fundamental para comprender la influencia que ejerce el clima en el comportamiento de un glaciar es el balance de masa (BM) o balance de masa de superficie (SMB, del inglés *surface mass balance*), que se define como los cambios de masa de hielo ocurridos en un período determinado (generalmente un año hidrológico), expresado en metros equivalente de agua (m w.e., del inglés *meter water equivalent*) [41]. El balance de masa de superficie refleja la respuesta directa del glaciar al clima [15]. Si el aporte de masa supera a la cantidad del hielo perdido, el glaciar avanzará, pero si la acumulación de masa es menor que la pérdida, entonces el glaciar retrocederá [41]. El BM glaciar es un indicador que permite conocer la sensibilidad de un glaciar frente a los cambios ambientales [42–46].

El BM de un glaciar es el producto de los volúmenes de acumulación más la ablación, y varía con el espacio y tiempo, pues la acumulación es mayor en las zonas más altas del glaciar, mientras que la ablación es mayor en las zonas más bajas y cálidas del glaciar. De la misma forma, el BM varía a lo largo del año porque los glaciares tienen mayor acumulación en invierno y más ablación en verano [46]. Por tanto, esta variable puede ser expresada como una curva de gradiente de balance de masa (Figura 1-3) [47], llamada también coeficiente de actividad del glaciar [48]. El gradiente de BM es considerado como un indicador de la configuración climática del glaciar, debido a que es más pronunciado en glaciares con gran rotación de masa, típicos de climas húmedos y más bajo en glaciares ubicados en regiones secas y frías [49]. Este gradiente, en los glaciares tropicales, es alto en la zona de ablación y bajo en la zona de acumulación. Es posible diferenciar tres perfiles de balance de masa de acuerdo a la inclinación del gradiente de balance de masa en la zona de ablación: el gradiente pronunciado ($2.5 \text{ m w.e.a}^{-1} 100 \text{ m}^{-1}$), moderado ($1.0 \text{ m w.e.a}^{-1} 100 \text{ m}^{-1}$), poco profundo ($0.3 \text{ m w.e.a}^{-1} 100 \text{ m}^{-1}$), siendo m w.e.a^{-1} (metros de agua equivalente por año). Valores pequeños del gradiente de balance de masa se deben a procesos superficiales de balance de masa a grandes elevaciones. Mientras que altos valores, dependen de la precipitación orográfica y separación entre la lluvia y la nieve [48]. Los glaciares en la zona tropical presentan un gradiente pronunciado Figura 1-3(B).

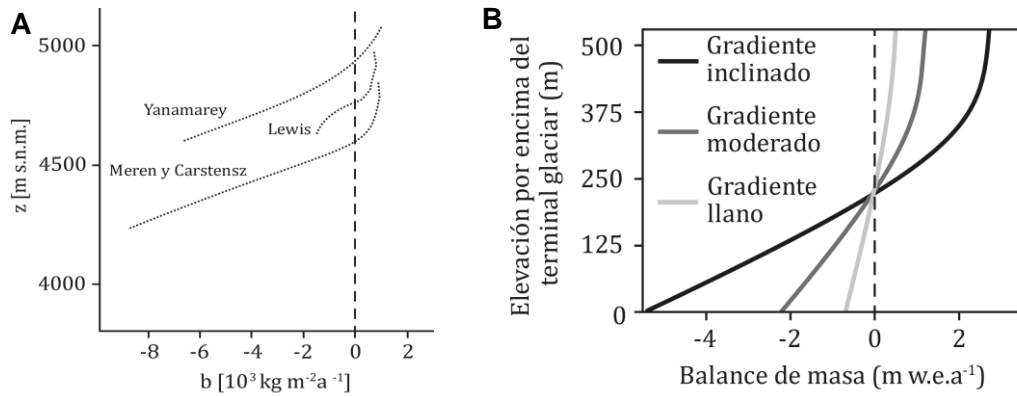


Figura 1-3. Gradientes y perfiles de BM característicos de glaciares tropicales. (A) Curva de gradiente de BM en líneas punteadas para tres glaciares tropicales: Yanamarey-Cordillera Blanca, Lewis - Monte Kenya, y glaciar Meren y Carstensz - Irian Jaya. (B) Perfiles de BM representativos de glaciares en regiones tropicales (inclinado), en latitudes media (moderados), y regiones frías y áridas (llano), la línea vertical entrecortada es la altitud de la línea de equilibrio como referencia. Obtenido de Kaser et al., 2002; Malone et al., 2019 [26,50].

Existen otros parámetros que pueden ayudar a entender el comportamiento glaciar tales como la altitud de la línea de equilibrio (ELA, del inglés *equilibrium-line altitude*) y la relación del área de acumulación (AAR, del inglés *Accumulation-area ratio*).

ELA es una línea que separa al glaciar en dos regiones (Figura 1-4), la región donde existe ganancia de masa ($BM > 0$), llamada zona de acumulación y la región donde predomina la pérdida de masa neta ($BM < 0$), llamada zona de ablación [18]. Si ELA se eleva por encima del glaciar, indicaría que el glaciar no cuenta con área de acumulación dando indicios de desaparición glaciar [41]. Mientras que la AAR, es la proporción del área total encontrada sobre la ELA, es decir de la zona de acumulación, y se encuentra acotado entre 0 y 1 [41]. A medida que la AAR se acerca a 1, la probabilidad de que el balance de masa sea positivo aumenta. Tanto el ELA como la AAR, varían anualmente y poseen entre ellas una correlación inversa [47].

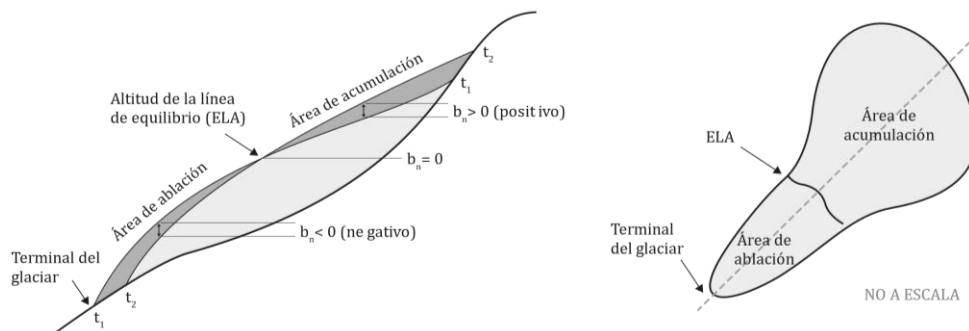


Figura 1-4. Esquema de las zonas del glaciar. La relación del área de acumulación (AAR) se determina dividiendo el área de acumulación por el área total de los glaciares. Modificado de USGS, 2012 [51].

1.1.4. Cálculo de Balance de Masa por el Método Glaciológico

El método glaciológico es el método que emplea mediciones de campo en un año hidrológico para estimar la pérdida o ganancia de masa [40]. Los pasos principales del método glaciológico son la determinación de la ablación y/o acumulación *in situ* (ej. pozo o baliza) conocidos como balance de masa específico. Mientras que, si es integrado a toda la superficie o área del glaciar después de un proceso de interpolación y a lo largo de un año hidrológico, se lo llama balance de masa neto anual o balance de masa total anual [41,52,53].

1.1.4.1. Observaciones de Balance de Masa Puntual

Para obtener las observaciones de BM puntuales, se trabaja la zona de acumulación y ablación por separado. Para la zona de acumulación, se obtienen registros de densidad y altura de nieve a partir de pozos o calicatas que permiten conocer la estratigrafía de la nieve. La densidad de la nieve es la relación entre el peso de una muestra de nieve y el volumen muestreado [53]. Para la zona de ablación, se obtienen medidas de emergencia (altura de la baliza sobre la superficie) y el espesor de la nieve mediante balizas enterradas en el hielo [54]. El registro de estas medidas permite cuantificar una medida de ganancia, si la altura de la baliza sobre la superficie del glaciar (emergencia) es menor a la registrada en la última medición, o de pérdida, si la emergencia es superior a la registrada en la fecha anterior [53]. Las mediciones se realizan con una frecuencia mensual o bimensual [52]. La ablación bruta se la obtiene mediante la Ecuación 1, sin embargo, para el caso de tener errores sobre la el espesor del hielo (si superan 5cm), originados debido al cambio de una sección a otra sección de la baliza usamos la Ecuación 2 [55].

$$B = \rho_h(H_{m+1} - H_m) + \rho_n(N_m - N_{m+1})$$

Ecuación 1

$$B = \rho_h(H_{m+1} - H_m) + \rho_n(N_m + e_{m-1} - e_{m-2})$$

Ecuación 2

Donde: H es la emergencia de la baliza respecto a la superficie del hielo (cm), ρ_h es la densidad del hielo, ρ_n es la densidad de la nieve, N es el espesor de la capa de nieve, e es la emergencia del extremo de la baliza respecto a la superficie superior (cm), m es el mes dado, $m \pm 1,2$ indica el mes anterior o posterior.

Debido a la morfología del glaciar existen zonas donde no se puede instalar los instrumentos de medición, sobre todo en zonas escarpadas y/o agrietadas, por lo tanto, para estas áreas los valores deben ser interpolados, con el fin de obtener la pérdida o acumulación de masa [27].

1.1.4.2. Cálculo Convencional de Balance de Masa

-Regresión Lineal Simple

El procedimiento para calcular el BM inicia seccionando el glaciar en rangos de altitud, de acuerdo a las mediciones disponibles [56]. Una vez obtenidos los datos, se obtiene el balance mediante el promedio de las observaciones, asumiendo que el comportamiento de la zona, es homogéneo. Lo más conveniente es que cada rango de altitud tenga como mínimo una medida. Si no es el caso, se realiza una interpolación lineal simple a partir de los valores de los rangos vecinos, inferior y el superior (ver Figura 1-5). Hecho este proceso, se procede a calcular el BM neto (B_n), multiplicando el área relativa de cada rango altitudinal j por su correspondiente balance de masa (b_j) obteniéndose el balance de masa para el rango altitudinal j (Ecuación 3) [57]. Al sumar todos estos balances se obtiene el BM neto anual.

$$B_{nj} = b_j * \frac{S_j}{S}$$

Ecuación 3

-Interpolación Espacial

Otra manera de determinar el balance de masa, es mediante métodos de interpolación, el más común es por mapas de isolíneas [54]. Este método consiste en pasar las isolíneas de balance a partir de las observaciones, interpolando valores faltantes (Figura 1-6). El método puede aplicarse a partir de técnicas como triangulación, Thissen, vecino cercano, mínima curvatura, entre otros; por lo que es recomendable disponer de las coordenadas de los sitios de medición [58]. Esta técnica puede ser implementada en cualquier paquete informático tipo Sistema de Información Geográfica (GIS, siglas en inglés).

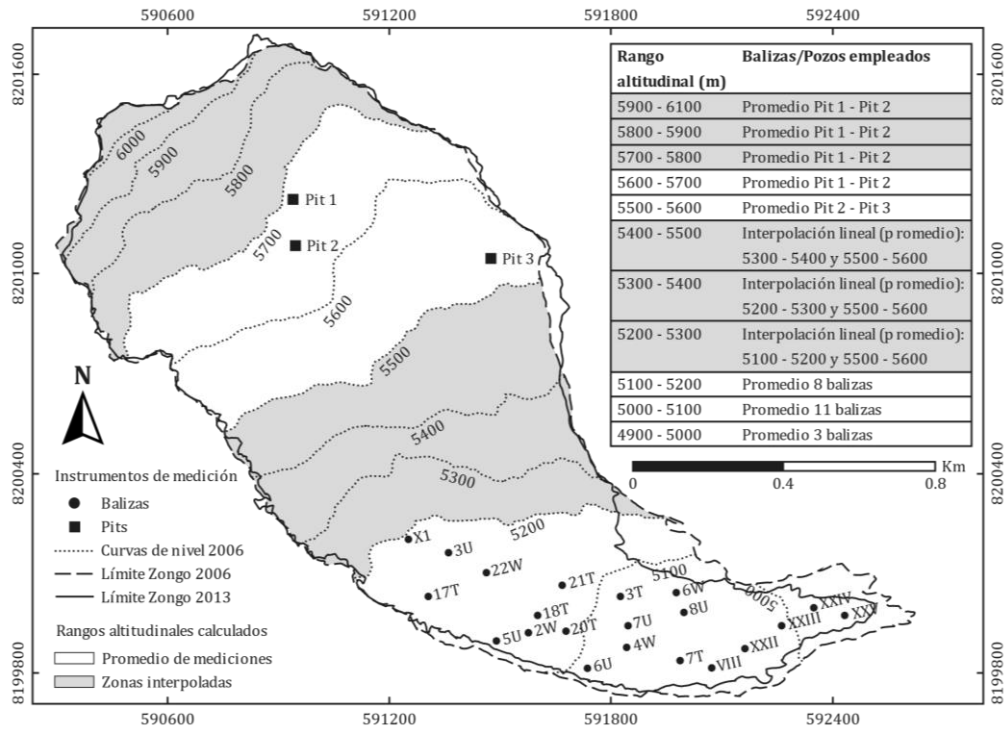


Figura 1-5. Cálculo del balance de masa glaciológico por rangos altitudinales promediados e interpolados para el glaciar Zongo. Modificado de Cusicanqui et al., 2015 [56].

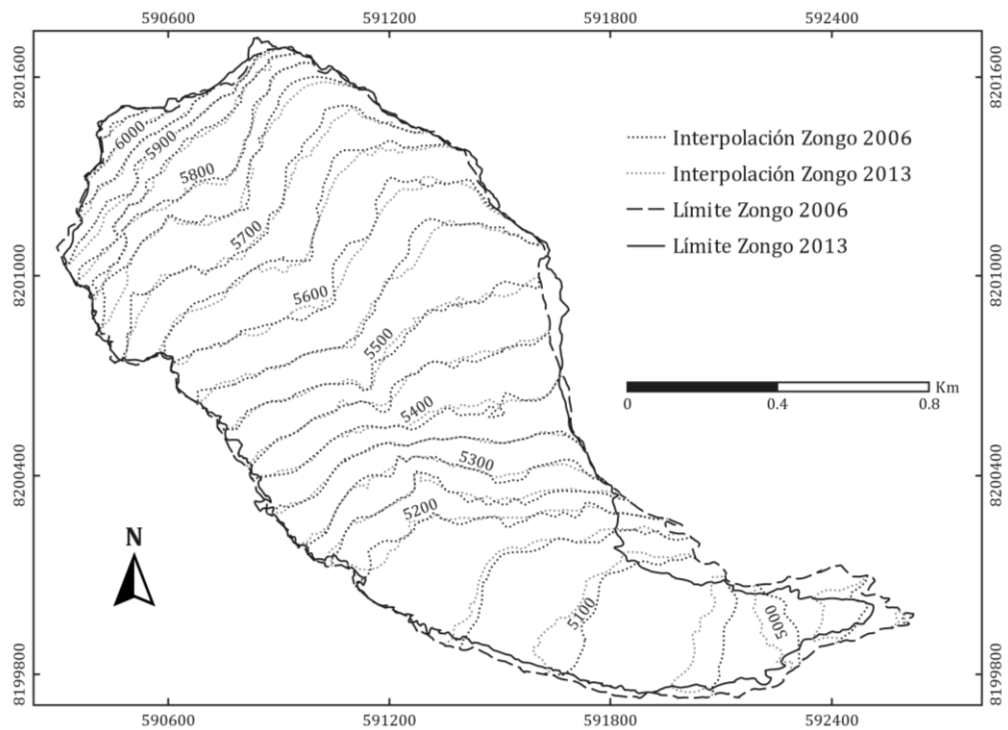


Figura 1-6. Interpolación de superficies para el glaciar Zongo. Obtenido de Cusicanqui et al., 2015 [56].

1.1.4.3. Modelo de Lliboutry

Una técnica poco utilizada pero muy precisa para determinar los balances de masa es el método de Lliboutry [59]. Este modelo considera cambios temporales y espaciales de los BM puntuales, independientemente del motivo de la variabilidad [49]. Estudios [60,61] han demostrado la utilidad de este modelo cuando se pretende calcular el BM glaciar para un rango de elevación limitado, por ejemplo, en la zona de ablación o acumulación por separado asumiendo un comportamiento constante del balance.

1.1.5. Disponibilidad de Datos para el Cálculo del Balance de Masa en Glaciares Tropicales Andinos

La cordillera de los Andes tiene la zona más extensa cubierta por glaciares de la región tropical [19,25], sin embargo, presenta una falta de registros de balance de masa. En esta zona tropical, solo 4 glaciares (Santa Isabel, Colombia; Antisana 15α, Ecuador; Zongo, Bolivia y Artesonraju, Perú) tienen series de monitoreo puntual que, en solo dos casos (Santa Isabel y Artesonraju), se remontan a principios de la década de 1990 [4]. Para los glaciares que no cuentan con una serie de datos continuos, herramientas de modelamiento contribuyen a tener una estimación adecuada del balance de masa.

La data ideal para trabajar con balance de masa glaciar son medidas óptimamente distribuidas y que temporalmente cubra al menos 10 años [34]. Sin embargo, en la práctica, la poca accesibilidad debido a la topografía accidentada de la superficie glaciar y por cambios físicos que pudieran ocurrir durante el tiempo de estudio, se tiene pérdida o movimiento de las balizas [49]. Por lo tanto, la data observada disponible no es homogénea, ni espacial ni temporalmente.

Para el cálculo del balance de masa se recurre a modelos. Los métodos tradicionales asumen que se cuenta con datos continuos, homogéneos y de comportamiento lineal para toda el área glaciar [62]. En la realidad, estudios sugieren que el comportamiento del glaciar no es lineal [63]. Consecuentemente, el balance de masa resultante utilizando estos modelos, provocan interpretaciones erróneas del comportamiento glaciar, sobreestimación o subestimación del balance de masa [27]. Para corregir estos errores de estimación, Vincent y colaboradores han propuesto un modelo modificado que toma en cuenta la heterogeneidad de los datos.

El trabajo de titulación contribuye al cumplimiento de los objetivos del proyecto “Estandarización y reanálisis de las series de balance de masa de los glaciares tropicales (Ecuador, Perú, Bolivia)” liderado por el Dr. Rubén Basantes Serrano y financiado por el Laboratorio Mixto Internacional LMI-GreatICE [64].

1.2.Planteamiento del Problema

Los glaciares tropicales contribuyen significativamente a los recursos hídricos [4]. En Ecuador, el agua de derretimiento del glaciar Antisana contribuye al sistema de suministro de agua para la ciudad de Quito [65]. En Bolivia, el glaciar Zongo vierte sus aguas de deshielo hacia el flanco oriental de la cordillera donde son aprovechadas por la hidroeléctrica en el valle de Zongo, así también aporta al 15% de los recursos hídricos de la ciudad de la Paz [66]. Los estudios de balance de masas de los glaciares tropicales son necesarios para estimar la disponibilidad de agua a futuro para el consumo humano, generación de energía hidroeléctrica, además de ayudar a minimizar el impacto económico del retroceso [40].

1.3.Justificación de la Investigación

Los glaciares actúan como amortiguadores críticos contra las precipitaciones estacionales y proporcionan agua para consumo doméstico, agrícola e industrial en temporadas donde las precipitaciones son escasas o inexistentes [67]. La recesión de glaciares tropicales debido a los factores climáticos, tienen un gran impacto en la disponibilidad de agua para ciudades que dependen directamente del deshielo glaciar. Tal es el caso de Quito (2.2 millones de habitantes), la capital de Ecuador, la cual depende de una red de tomas de agua ubicadas en el glaciar Antisana [68].

Una manera de estimar la cantidad de agua disponible para el consumo humano futuro y la generación de energía hidroeléctrica son los estudios de balance de masa glaciar, particularmente aplicados en Sur América [38]. La evaluación del recurso hídrico puede ayudar a minimizar el impacto económico que representan los glaciares. De igual manera, el conocimiento de los parámetros que controlan el balance de masa glaciar es fundamental para entender la respuesta de los glaciares frente a cambios climáticos [38].

El balance de masa requiere una cuantificación que considere la no linealidad y el grado de incertidumbre de los datos en glaciares tropicales, con el fin de comprender los impactos del cambio climático en las regiones tropicales [69]. En vista de las limitaciones de los métodos de interpolación usados para el cálculo del BM, es necesario proponer métodos robustos que permitan homogeneizar observaciones de BM para hacerlas comparables, que sean adecuados para extraer señales climáticas, y sobre todo que se adapten a la disponibilidad de datos existentes. Con el fin de contar con un método que extraiga una señal climática consistente a partir de mediciones heterogéneas y discontinuas, y que cubra un amplio rango de elevación el estudio de Vincent et al. [49] propone una modificación al modelo de Lliboutry, incluyendo la variabilidad del balance con la altitud. Sin embargo, los autores se enfocaron en glaciares con distinta influencia climática a la existente en los Andes tropicales y no incluyeron al Glaciar Antisana que representa a los trópicos internos.

En este sentido, el presente proyecto de titulación propone implementar un algoritmo que tome como base la conceptualización matemática y estadística de los trabajos de Basantes-Serrano et al. [70] y Vincent et al. [49] para determinar el balance de masa glaciar, en adelante llamado Modelo Bi-variado. El algoritmo se implementará en el software de código abierto R [71], el cual facilita la accesibilidad y distribución a otros investigadores. El modelo Bi-variado se alimenta de observaciones glaciológicas y de teledetección, por lo que sus salidas contribuirán con datos que servirán de insumo para la planificación del recurso hídrico proveniente de los glaciares en estudio.

1.4.Objetivos de la Investigación

1.4.1.General

- Determinar el balance de masa de dos glaciares tropicales: Antisana 15α, Ecuador y Zongo, Bolivia, utilizando un algoritmo de tratamiento y homogeneización estadística para análisis de variabilidad climática.

1.4.2.Específicos

- Desarrollar el algoritmo en lenguaje R del Modelo Bi-variado para analizar datos geoespaciales de glaciares.
- Homogeneizar el BM glaciológico mediante el algoritmo del Modelo Bi-variado para dos glaciares tropicales.
- Evaluar las salidas del modelo con respecto a las variables de precipitación y temperatura en el periodo 1991 – 2017.

CAPÍTULO II: MARCO METODOLÓGICO

2.1.Sitio de Estudio y Contexto Climático

Los glaciares tropicales se encuentran localizados en el cinturón tropical (Figura 2-1), entre el Trópico de Cáncer (23°26'22" N) y el Trópico de Capricornio (23°26'22" S) [72]. Aquí se pueden distinguir dos áreas, las mismas que se encuentran delimitadas basándose en el clima tropical [30]: los trópicos interiores, con casi condiciones de humedad continua y los trópicos exteriores con condiciones tropicales en la estación húmeda, y condiciones subtropicales en la estación seca [73]. La oscilación de la Zona de Convergencia Inter-Tropical (ITCZ, del inglés *Inter Tropical Convergence Zone*) modula el clima en las zonas contenidas en este cinturón tropical [40,74].

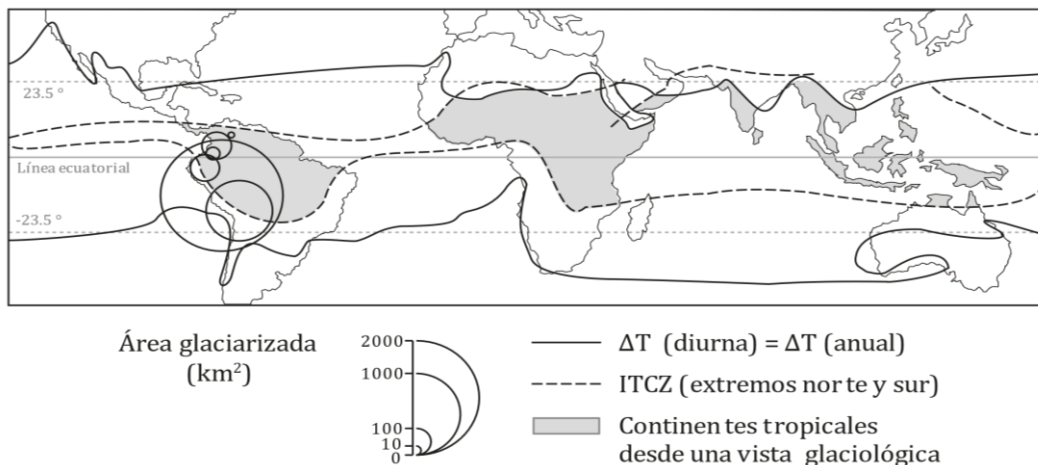


Figura 2-1. Distribución de áreas glaciares en los trópicos.

ITCZ: Zona de Convergencia Intertropical; $\Delta T_{(diurna)}$: variación de la temperatura diaria; $\Delta T_{(anual)}$: variación de la temperatura anual. Los círculos indican las áreas glaciadas.

Obtenido de Kaser & Osmaston, 2002 [26].

Para el desarrollo del proyecto de titulación se seleccionaron 2 glaciares de los Andes tropicales (Tabla 2-1).

Tabla 2-1. Glaciares seleccionados localizados en la región andina tropical.

Glaciar	Antisana 15α	Zongo
Región	Trópicos internos	Trópicos externos
País	Ecuador	Bolivia
Área [km ²]	0.28 (2012)	1.7 (2018)
Periodo de monitoreo	1995 - 2017	1991 - 2016

Información obtenida de Rabatel et al., 2013; Basantes-Serrano et al., 2016 [27,30].

El volcán Antisana ($0^{\circ}28'S$; $78^{\circ}09'W$) es un estratovolcán ubicado en la Cordillera Oriental, entre las provincias de Napo a 50km al sureste de Quito (capital del Ecuador) (Figura 2-2) [27]. Su última erupción fue en el año de 1802, sin embargo, aún se lo considera un volcán activo. El Antisana está generalmente construido con capas alternas de flujos de lava, tefra y flujo piroclástico [75]. El glaciar 15 forma parte de los 17 glaciares que conforman el casquete del volcán Antisana en una orientación noroeste (NW, del inglés *North-West*), se extiende entre 4800 y 5760 m.s.n.m. En 1998, este glaciar cubría un área de alrededor de 0.74 km² [76]. La cumbre del glaciar forma un pequeño domo de hielo, seguida por una fuerte pendiente hacia su parte inferior. Por debajo de los 5100 m.s.n.m. se divide en dos lenguas paralelas, denominadas 15 α y 15 β [27].

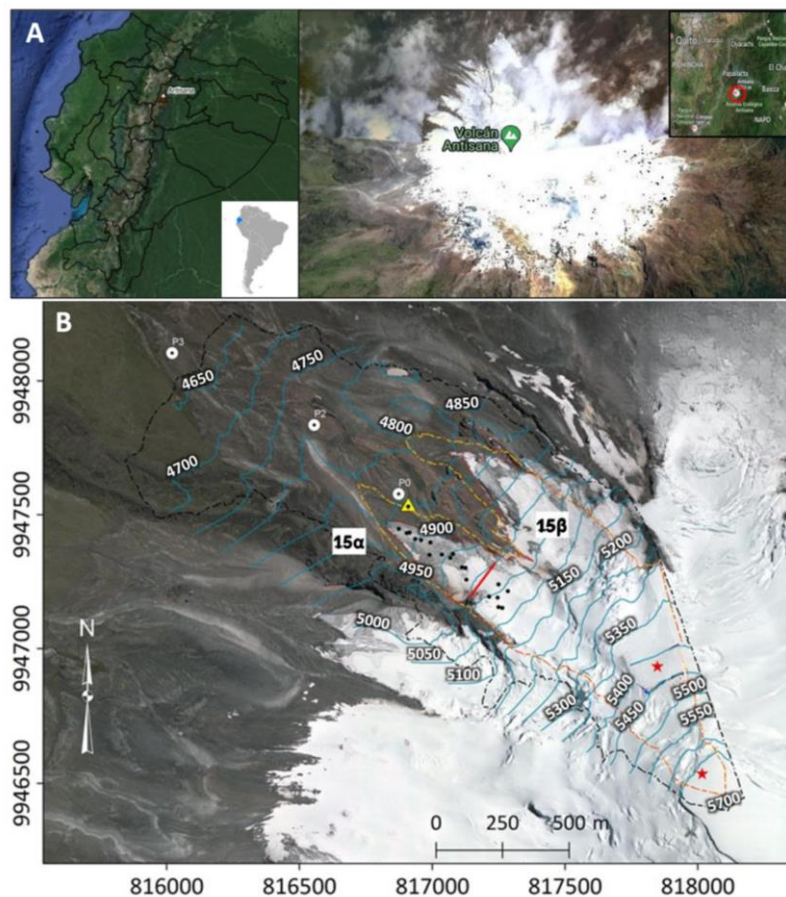


Figura 2-2. Glaciar Antisana 15 α .
 (A) Mapa de localización. (B) Ortofoto - Antisana 15 y sus lenguas α y β . Se muestran curvas de nivel cada 50m, el contorno naranja es la extensión del glaciar en 1997.
 Modificado de Basantes-Serrano et al., 2016 [27].

Los glaciares del volcán Antisana se encuentran ubicados en la Cordillera Oriental directamente expuesta a los flujos de aire húmedos provenientes de la cuenca del

Amazonas [21]. Sin embargo, por la ubicación de la lengua glaciaria 15α en el flanco noroccidental, la nubosidad se ve reducida por la topografía del volcán, resultando en precipitaciones que no supera los 1200mm año⁻¹ [32]. Los datos meteorológicos se obtienen de una estación automática ubicada en el volcán Antisana a 4850m s.n.m (0.470381°S, 78.151183°W), y es administrada por el Instituto Nacional de Hidrología y Meteorología del Ecuador (INAMHI) [77]. Respecto a la distribución estacional de las precipitaciones, la zona del glaciaria Antisana cada mes recibe un mínimo de 50mm [78]. La Figura 2-3 indica que esta zona, posee un valor de precipitación promedio mensual de 157mm con una desviación típica de 41mm. Así mismo, se observa un régimen de transición, que evidencia ser bimodal, pero con el primer pico (marzo a mayo) más fuerte que el segundo (noviembre - diciembre). Respecto a la temperatura promedio del aire, hay una ligera variabilidad que oscila entre 7 - 9.5°C con una desviación de 0.49°C, siendo noviembre-diciembre los meses que mayores registros poseen (9.3 - 9.5°C). La nubosidad convectiva presenta dos máximos, uno de marzo a mayo, y otro entre septiembre y noviembre, interrumpidos por dos mínimos de junio a agosto y diciembre a febrero [4,32]. El viento es el principal factor de estacionalidad evidente en dos periodos: el primero, entre abril y septiembre, con vientos provenientes del este de la troposfera media y alta fuertes y casi constantes. El segundo período, de octubre a marzo, donde los vientos son débiles e intermitentes, particularmente entre octubre y enero [78]. El año hidrológico coincide con el año calendario desde el 1ro de enero al 31 de diciembre.

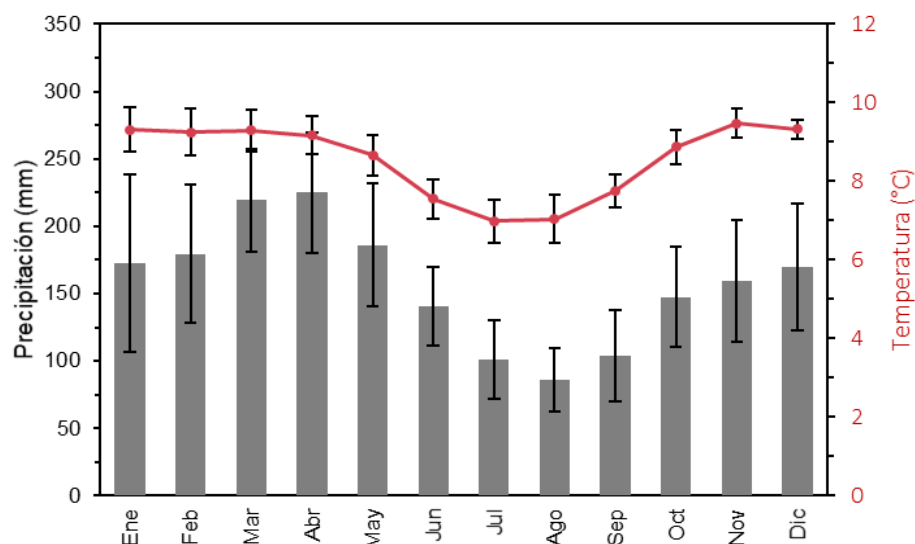


Figura 2-3. Climatograma para la zona del glaciaria Antisana 15α. Precipitación promedio (barras) y temperatura promedio mensual multianual, durante el periodo 1995 - 2017. Las líneas verticales representan la desviación estándar.

Realizado por Escalante, 2023.

Por otro lado, en los trópicos externos se encuentra el glaciar Zongo ($16^{\circ} 15'S$; $68^{\circ} 10'W$) [4] que es un pequeño glaciar ubicado en la cordillera Real de Bolivia, en el Macizo Huayna Potosí en el margen occidental de la cuenca del Amazonas y en el margen oriental de la cuenca del Altiplano, a 30km al norte de La Paz (capital de Bolivia) (Figura 2-4) [40]. Tiene una longitud de 3km, una superficie de 2.4km^2 y cubre el 77% de una cuenca de 3.7km^2 [79], la superficie de la cuenca que no está cubierta, comprende dos morrenas laterales escarpadas y pequeñas áreas glaciadas que se conectan hidrológicamente al glaciar [74]. Su rango altitudinal se extiende desde 4900 hasta 6000 m.s.n.m. Entre los 5300 y 6000 m.s.n.m. el glaciar tiene una pendiente promedio de 22° orientada al sur-este (SE); y entre 4900 y 5300 m.s.n.m. el glaciar tiene una pendiente de 15° orientada al este [18,79]. El lecho rocoso del glaciar Zongo está compuesto de granodiorita triásica [74].

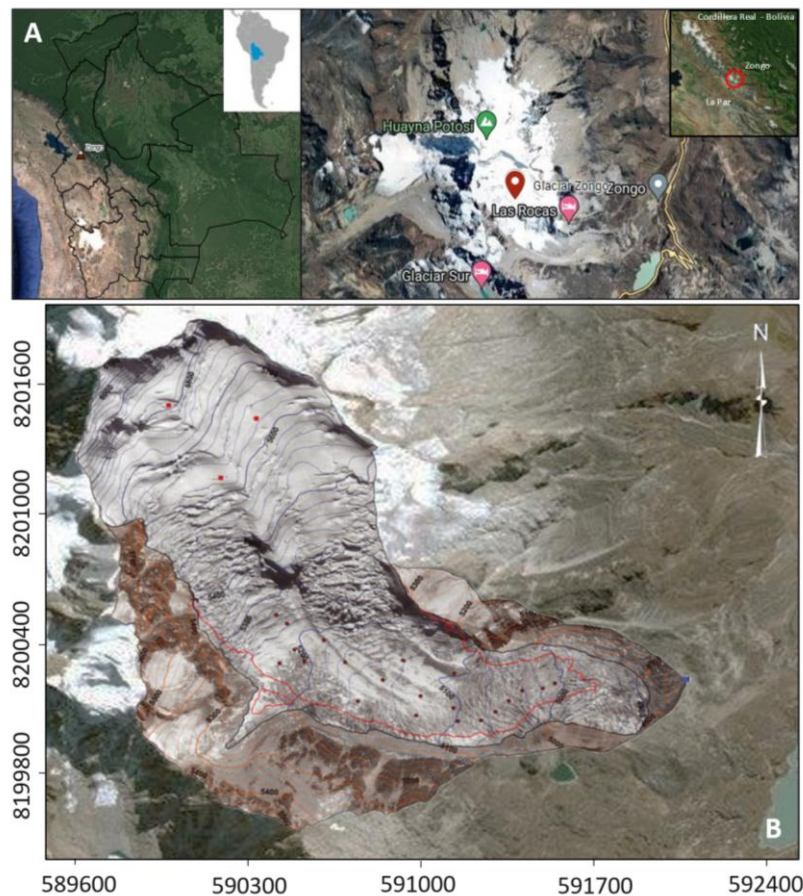


Figura 2-4. Glaciar Zongo.

(A) Mapa de localización. (B) Ortofoto – Polígono del glaciar Zongo, se muestra la topografía de la superficie en 1983 con curvas de nivel cada 20m.

Modificado de Soruco et al., 2009 [40].

La zona del Zongo está caracterizada por una marcada estacionalidad de precipitaciones y la nubosidad con una única estación húmeda en el verano austral y una pronunciada estación seca en el invierno [79]. Los datos de precipitación y temperatura han sido calculados de las estaciones Plataforma y Mévis, respectivamente. La estación Mévis se ubica a 4750m de altura, registrando datos desde 1995. La estación Plataforma, ubicada a 4750m, ha registrado datos desde 1971 [80]. La Figura 2-5, denota un régimen unimodal con una precipitación promedio mensual de 79mm y una desviación de 26mm, donde el período húmedo abarca los meses de noviembre a marzo, con el mes de enero como el mes en donde más precipitaciones existe y siendo los meses restantes la transición donde la precipitación alcanza sus registros más bajos, de una manera abrupta. Respecto a la temperatura, se observa que la misma oscila entre 4.8 y 7.6°C, con una variación típica de 0.54°C, además de tener un comportamiento similar al régimen de las precipitaciones, alcanzando sus valores máximos y mínimos sobre las épocas de noviembre-diciembre y mayo-junio, respectivamente. El año hidrológico se cuenta desde el final de la estación seca, del 1 de septiembre a 31 de agosto [40].

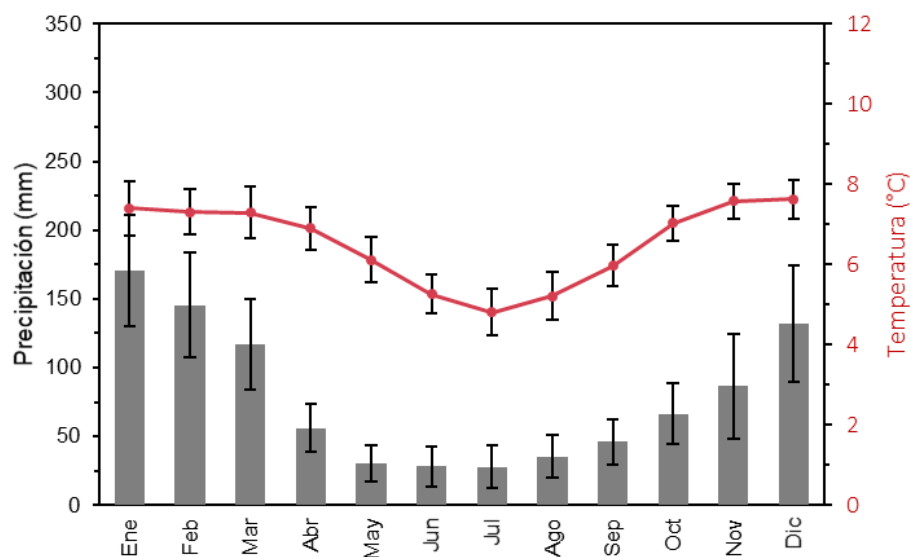


Figura 2-5. Climatograma para la zona del glaciar Zongo.
Precipitación promedio (barras) y temperatura promedio (línea) mensual multianual, durante el período 1991 - 2016. Las líneas verticales representan la desviación estándar.
 Realizado por Escalante, 2023.

A lo largo de la costa del Pacífico y la vertiente occidental de los Andes ecuatorianos, durante el ENSO, ocurren cambios significativos en la precipitación, nubosidad y temperatura [32,81]. El ENSO se define como un fenómeno donde intervienen la atmósfera y el océano. Por un lado, la Oscilación del Sur se caracteriza por la variación

de la presión atmosférica a nivel del mar entre el Pacífico este y oeste, resultando en cambios de la dirección y fuerza de los vientos alisios del Pacífico tropical. Por otro lado, El Niño se caracteriza por cambios en la temperatura superficial del Océano provocando cambios en la posición de la termoclina e impidiendo el ascenso de aguas profundas en el Pacífico este. [82]. La ocurrencia de eventos ENSO tiene influencia en el comportamiento de los glaciares tropicales [83], pues este fenómeno está sincronizado con el ciclo estacional y tiende a alcanzar su punto máximo en el verano austral, que controlan más del 90% de la variación interanual del balance de masa [84].

2.2. Datos Disponibles y Pre-procesamiento de la Información

Los datos se enlistan en la Tabla 2-2, para el periodo 1995 – 2017 y 1991 - 2016 para el glaciar Antisana 15α y Zongo, respectivamente. La información se encuentra en coordenadas WGS84/UTM 17S y WGS84/UTM 19S, para el Antisana 15α y Zongo respectivamente.

Tabla 2-2. Datos disponibles para uso en el modelo.

Dato	Resolución temporal	Resolución Espacial (m)	Descripción	Fuente
Series de BM puntual del área de estudio	Mensual	NA	Archivos de texto (*.txt).	GLACIOCLIM
Superficie glaciar	Cuasi-Anual	NA	Archivos en formato shape (*.shp) del área glaciar. Deben ser nombrados de tal forma que el año debe estar presente al final (ej. Zongo_1995.shp).	GLACIOCLIM
Imagen Landsat TM del glaciar Zongo.	Año 2017	30	Imágenes Landsat-5 (TM) en formato (*.tif) registrada el 07/01/2017.	GLOVIS [85]
Modelos digitales de elevación	NA	100 (Antisana 15α) 200 (Zongo)	Archivos en formato (*.tif) generadas a partir de datos del satélite ALOS PALSAR.	NASA
Datos de precipitación y temperatura	Mensual	NA	Archivos de texto (*.txt).	NASA
MEI.v2	Mensual	NA	Archivos de texto (*.txt).	NOAA [86]

Realizado por Escalante, 2023.

Con base en anteriores interpretaciones, este estudio considera el índice bimestral multivariado del ENSO (MEI.v2), para interpretar el impacto del ENSO en las series homogéneas de BM. Este índice caracteriza la intensidad del evento, considerando que

el ENSO surge de una interacción compleja de una variedad de sistemas climáticos [87,88].

El modelo necesita de 3 datos de entrada para cada zona de estudio resumidas en la Tabla 2-2.

Con el fin de reducir la incertidumbre por los cambios y pérdidas de balizas, las observaciones de BM puntuales fueron promediadas a superficies grilladas con un tamaño de celdas de 200m para Zongo y 100m, para el Antisana 15α. EL tamaño de celda depende del tamaño del glaciar y de la distribución espacial de las balizas. Del DEM se obtendrán las coordenadas para toda el área delimitada.

En vista de que solo fueron proporcionados superficies anuales para el Antisana 15α, se realizó una práctica para la obtención de superficies para el Zongo. Las superficies provienen de levantamientos topográficos con precisión centimétrica complementados con datos satelitales LANDSAT. El procedimiento se llevó a cabo en el programa QGIS 3.26.2, con 5 bandas espectrales descritas en la Tabla 2-2. Inicialmente se realiza una prueba de diferentes combinaciones y proporciones de bandas, siguiendo la metodología para encontrar la línea de nieve del estudio de Rabatel et al., [89]. Las combinaciones y proporciones realizadas fueron: una combinación de las bandas 3, 2 y 1, y otra con las bandas 5, 4 y 2, por medio de una relación entre las bandas 3/5 y otra relación con las bandas 4/5 y, por último, mediante el índice de nieve de diferencia normalizada (NDSI). De las imágenes resultantes, la obtenida mediante la relación 4/5, resultó ser la más apropiada, ya que se observa mejor el límite entre la nieve y la topografía. Se procedió a digitalizar a mano siguiendo el contorno de la superficie del glaciar para cada año bajo estudio.

2.3. Metodología

2.3.1. Modelo Bi-variado

El Modelo Bi-variado parte del modelo de Lliboutry [59] que asume que el balance de masa ($b_{i,t}$) se puede descomponer en dos términos de variación independientes, uno espacial (α_i) y otro temporal (β_t) (Ecuación 4).

$$b_{i,t} = \alpha_i + \beta_t + \varepsilon_{i,t}$$

Ecuación 4

Debido a que el modelo Lliboutry considera que los cambios temporales del BM anual son constantes en toda la superficie glaciar, lo cual en la práctica no es verdad [61], Vincent en su estudio [49] consideró que el término temporal se ve afectado por la variabilidad del término espacial, incluso desde una red in situ heterogénea y discontinua. Dicho modelo está dado por la Ecuación 5.

$$b_{i,t} = \alpha_i + \beta_t \gamma_i + \varepsilon_{i,t}$$

Ecuación 5

Donde $b_{i,t}$ es el balance de masa registrado en el sitio i para el año t , α_i es el balance promedio registrado en el sitio i durante todo el período de estudio, β_t es la desviación anual a ese promedio (por lo tanto, $\sum \beta_t = 0$), finalmente γ_i , es el factor de escala dado por la razón entre la desviación estándar del balance de masa en el sitio i y la desviación estándar máxima. El término $\varepsilon_{i,t}$ son los residuos entre el modelo y los datos. Cuando la desviación estándar es similar en toda el área, consecuentemente el parámetro γ_i es igual a 1, por tanto, la Ecuación 5 pasa a ser similar a la ecuación clásica (Ecuación 4). El modelo desprecia los cambios espaciales de los datos debido a pérdidas o cambios en la posición de las estacas y haciendo uso de la variabilidad del BM, permite estimar los datos faltantes.

Para la aplicación de este modelo:

1. Se requiere que existan suficientes datos que nos permitan medir la variabilidad del balance con la altura, estudios precedentes recomiendan que sean más de 10 años [49].
2. Se delimita un área rectangular en función de los límites de la superficie glaciar más antigua.
3. Se asume que la desviación estándar del balance de masa es una función únicamente de la elevación. De esta forma, la desviación estándar se escribe como una función polinomial de segundo o tercer grado de la elevación z .

2.3.2. Cálculo de los Parámetros del Modelo

Como parte inicial del Modelo Bi-variado se necesitó de los promedios \bar{X}_i y de las desviaciones estándar previas σ_{ip} por celda para todo el periodo de estudio. Se ajustó la curva de la desviación estándar con la altitud mediante polinomios de segundo y tercer grado, para los cuales se evaluó la bondad del ajuste mediante métricas estadísticas de precisión de modelos de regresión (Tabla 2-3): Criterio de información Akaike (AIC),

criterio de información Bayesiano (BIC), coeficiente de determinación R^2 , R^2 ajustado, raíz del error cuadrático medio (RMSE), Sigma (σ), suma de los cuadrados de error de predicción (PRESS) y P^2 .

Tabla 2-3. Métricas estadísticas de precisión para modelos de regresión.

Índice	Ecuación	Descripción	Ref.
AIC	$AIC = -2 \ln(\mathcal{L}) + 2k$	Encuentra el modelo que provee las mejores predicciones entre los modelos dados, aquel que minimiza la pérdida de información al ajustar el modelo estimado a uno real. Adicional al AIC, se calcula el AICwt que es una proporción del poder predictivo total que se puede encontrar en el modelo, entre más cercano a 1, mejor.	[90,91]
BIC	$BIC = -2 \ln(\mathcal{L}) + k \ln(n)$	Similar al AIC, pero penaliza más la complejidad. Adicional se calcula el BICwt. Entre más cercano a 1, mejor será.	[90,91]
R^2	$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$	Determina la calidad del modelo para replicar los resultados, puesto que mide cuánto la variable independiente puede explicar la varianza de la variable dependiente. Cuanto mayor sea el R-cuadrado, mejor será el modelo.	[90,91]
R^2 ajustado	$R_a^2 = 1 - (1 - R^2) \left(\frac{n}{n - k} \right)$	La versión ajustada de R^2 . Medida de bondad que considera el número de variables existentes en el modelo.	[90,91]
RMSE	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}$	Indica que tan pequeño o grande es el error de predicción del modelo. Cuanto menor sea el RMSE, mejor será el modelo.	[91]
Sigma (σ)	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - k}}$	Representa el error estándar de los residuales y es una medida de la precisión de la predicción. El modelo con un σ más pequeño, será el mejor.	[91]
PRESS	$PRESS = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_{i(-i)} - y_i)^2$	Medida que evalúa la capacidad de predicción del modelo. Mientras más pequeño sea el valor de PRESS, mejor capacidad de predicción tendrá el modelo.	[92]
P^2	$P^2 = 1 - \frac{PRESS}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$	Es equivalente al R^2 del PRESS. Es una medida del porcentaje de la variabilidad explicada por el modelo para nuevas observaciones. Mientras más cercano a 1 es mejor.	[92]

\mathcal{L} : máximo valor de la función de verosimilitud para el modelo estimado.

k : número de parámetros.

n : número de observaciones.

i : i -ésimo valor del conjunto de datos.

y_i : valor observado.

\hat{y}_i : valor predicho.

\bar{y} : media de las observaciones.

Realizado por Escalante, 2023.

El modelo de regresión seleccionado realizará las predicciones para las desviaciones estándar faltantes, estas serán las nuevas desviaciones estándar σ_i que servirán para finalmente aplicar el Modelo Bi-variado (Ecuación 5). La data de salida del Modelo Bi-variado contendrá los valores modelados para aquellas celdas donde existía al menos un valor de balance de masa. No obstante, se requiere mantener los valores de observación para aquellas celdas que la poseían. Las celdas que contienen al menos una medición de un año no cubren toda la superficie del glaciar.

2.3.3. Balance de Masa Distribuido

La distribución del balance de masa se realizó con la salida del Modelo Bi-variado y mediante tres métodos: mediante el método clásico, por interpolación polinomial y por interpolación Kriging.

La interpolación polinomial es el proceso de utilizar la función polinomial de mejor ajuste (encontrada por regresión) para estimar el valor de una variable a partir del valor de otra encontrada dentro del rango de los datos, son el tipo más elemental de interpolación por su facilidad de manejo [93]. Kriging es el enfoque geoestadístico más utilizado para la interpolación espacial. Permite realizar predicciones en ubicaciones no muestreadas utilizando los datos de entrada para construir una función matemática compleja con un semivariograma, crear una superficie de predicción y luego validar el modelo con validación cruzada. Kriging se diferencia de métodos más simples debido a que utiliza la correlación espacial entre los puntos muestreados para interpolar los valores en el campo espacial [94].

2.3.3.1. Método Clásico

A escala anual, para extender el balance a todo el glaciar, el principio básico que se utiliza convencionalmente sigue la Ecuación 6. Esto consiste en dividir al glaciar en rangos de altitud (cada 50m en Antisana 15α y 100m en Zongo), para luego ponderar el balance de masa para cada rango de elevación por su área de superficie relativa. Este procedimiento se realizó para cada año de la serie analizada.

$$B_n = \frac{1}{S_t} \sum b_{i,t}(z) S_{i,t}(z)$$

Ecuación 6

Donde B_n es el balance neto específico del glaciar, S_t es el área de superficie total del glaciar en el tiempo t , $S_{it}(z)$ es el área de superficie de cada rango de elevación z , y $b_{i,t}(z)$ es el balance de masa modelado, pero promediado para cada rango de elevación. Para los rangos de elevación en los que no se disponía de mediciones directas, se realizó una interpolación lineal.

2.3.3.2. Distribución por Interpolación Polinomial

Se realizó mediante interpolaciones polinomiales (cuadrática y cúbica), donde el polinomio tuvo la variable dependiente balance de masa ya predicho anteriormente. Luego, se procedió a realizar las predicciones para cada año para el total de celdas, incluyendo aquellas celdas que no contenían datos.

2.3.3.3. Distribución por Interpolación Kriging

Este método de interpolación crea semivariogramas a partir de los datos de entrada. Los semivariogramas resumen la relación entre las diferencias en pares de medidas y la distancia de los puntos que corresponden entre sí [95]. A estos datos resultantes del semivariograma se le ajusta un modelo de variograma exponencial para así obtener las predicciones del BM en toda el área rectangular evaluada.

Con el fin de obtener el BM concerniente al glaciar, tanto por polinomios como por Kriging, se enmascara el área rectangular, delimitada anteriormente, con la superficie glaciar anual. El BM neto para estas distribuciones se obtiene siguiendo el principio básico (Ecuación 6), pero en lugar de realizarlo por rangos se lo realizó para cada una de las celdas del Modelo Digital de Elevación de cada glaciar. Debido a que se asume que la variación espacial del BM es homogénea en cualquier área del glaciar [53].

Para este estudio se considera como valor verdadero el BM neto del método clásico, que es el método actualmente validado para obtención del balance, para comparar los obtenidos mediante la distribución polinomial y Kriging.

2.4. Validación del Método de Balance Distribuido

Tanto para el Modelo Bi-variado como para las distribuciones por interpolaciones polinomiales y por Kriging, se calcularon las desviaciones estándar y los residuales $\varepsilon_{i,t}$ que resultan de la diferencia entre el balance de masa observado y el modelado, para cada celda. Para los residuales del Modelo, los observados son los datos de BM puntual (observaciones), pero para las distribuciones fueron las predicciones del Modelo Bi-variado. La comparación entre el método de distribución clásico y los otros métodos de distribución, se realizó mediante el cálculo de diferencias entre el BM neto anual del método clásico y BM neto anual del método por polinomios o Kriging, así como también mediante análisis de varianza (ANOVA), la prueba de diferencia honestamente significativa de Tukey (Tukey's HSD, por sus siglas en inglés), la desviación estándar y el error estándar.

CAPÍTULO III: PRESENTACIÓN DE DATOS Y RESULTADOS

3.1. Balance de Masa mediante Modelo Bi-variado

Se muestran las desviaciones estándar para cada celda σ_i calculadas solo cuando las mediciones de balance de masa puntual estuvieron disponibles durante más de 10 años, en un sitio determinado (Figura 3-1). Como se puede observar, las desviaciones estándar del balance de masa puntual anual para los dos glaciares disminuyen con la elevación.

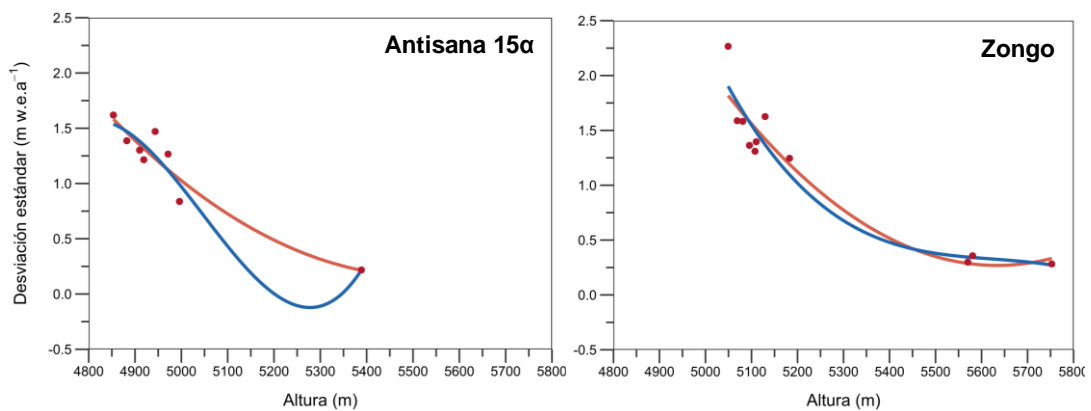


Figura 3-1. Desviación estándar previa versus altura para el glaciar Antisana 15 α y Zongo. Las líneas corresponden a las funciones polinómicas analizadas: Cuadrática (rojo), Cúbica (azul). Para facilitar la comparación, los rangos de elevación (1000m) y los ejes verticales son los mismos.

Realizado por Escalante, 2023.

La Tabla 3-1 muestra las métricas estadísticas que permiten tener una idea de la bondad del ajuste, entre los modelos de regresión polinomial, donde el grado de polinomio con los valores más grandes para los índices AIC, BIC, R^2 , R^2 ajustado y P^2 y los valores pequeños en RMSE, sigma y PRESS, indican un mejor rendimiento del modelo polinomial. Tanto para el Antisana 15 α , como para el Zongo se obtiene un mejor rendimiento con la evaluación del polinomio cuadrático con un puntaje de 0.89 para ambos. Se puede visualizar esto de manera gráfica en la figura de tela de araña o radar (Figura 3-2), con las métricas ya normalizadas (escaladas entre 0 a 1). Los puntos más cercanos al centro indican peores índices de ajuste, escogiéndose así un polinomio de grado 2 para el Antisana 15 α y Zongo.

Tabla 3-1. Resultado del análisis estadístico para elección del mejor modelo de regresión.

Antisana 15α									
Grado Pol.	AICwt	BICwt	R ²	R ² ajust.	RMSE	Sigma	PRESS	P ²	Rendimiento
2	0.69	0.70	0.90	0.86	0.13	0.178	19.17	-12.83	0.89
3	0.31	0.30	0.90	0.83	0.13	0.18	29149	-21029	0.56
Zongo									
Grado Pol.	AICwt	BICwt	R ²	R ² ajust.	RMSE	Sigma	PRESS	P ²	Rendimiento
2	0.62	0.91	0.67	0.88	0.19	0.22	0.80	0.80	0.89
3	0.38	0.33	0.91	0.88	0.18	0.22	55.23	-12.61	0.56

Realizado por Escalante, 2023.

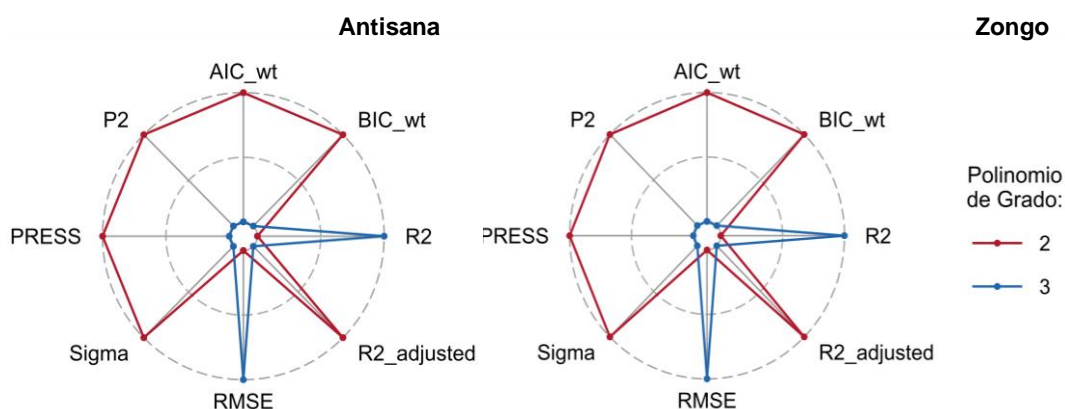


Figura 3-2. Gráfico de radar o tela de araña de índices estadísticos para Antisana 15α y Zongo.

Realizado por Escalante, 2023.

Se representa en la Figura 3-3 la desviación anual β_t del balance de masa promedio para cada glaciar, para ser comparables las series de β_t fueron ajustadas para el período común 1992-2017. Las fluctuaciones anuales del balance de masa no son muy diferentes de un glaciar a otro, ambas comparten un patrón muy similar.

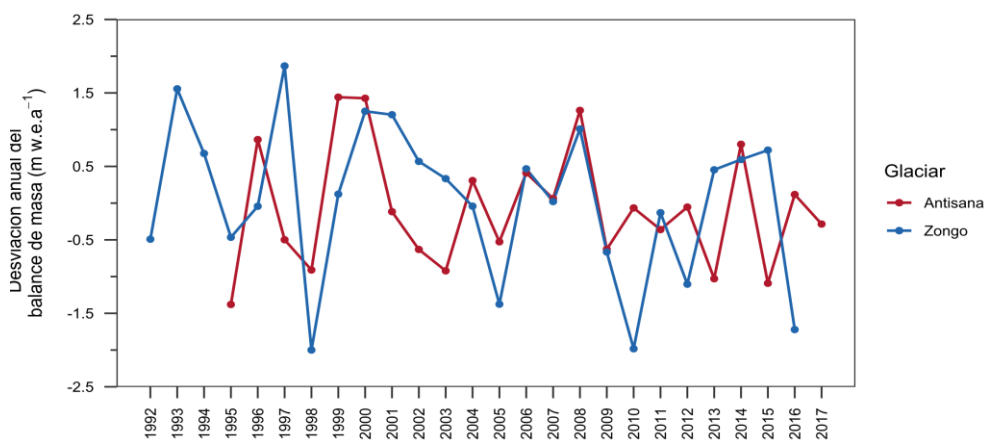


Figura 3-3. Desviación anual del balance de masa promedio.

Realizado por Escalante, 2023.

Los balances de masa modelos y observados para el glaciar Antisana 15a y Zongo se representan en la Figura 3-4 y Figura 3-5, respectivamente. Para ambos glaciares se observa que el balance de masa anual puntual aumenta con la elevación. Por otro lado, la Figura 3-6 muestra los balances de masa anual modelados para distintas elevaciones. Para cada glaciar, las fluctuaciones temporales son las mismas independientemente del sitio *i*. A su vez, la variabilidad temporal disminuye con la elevación.

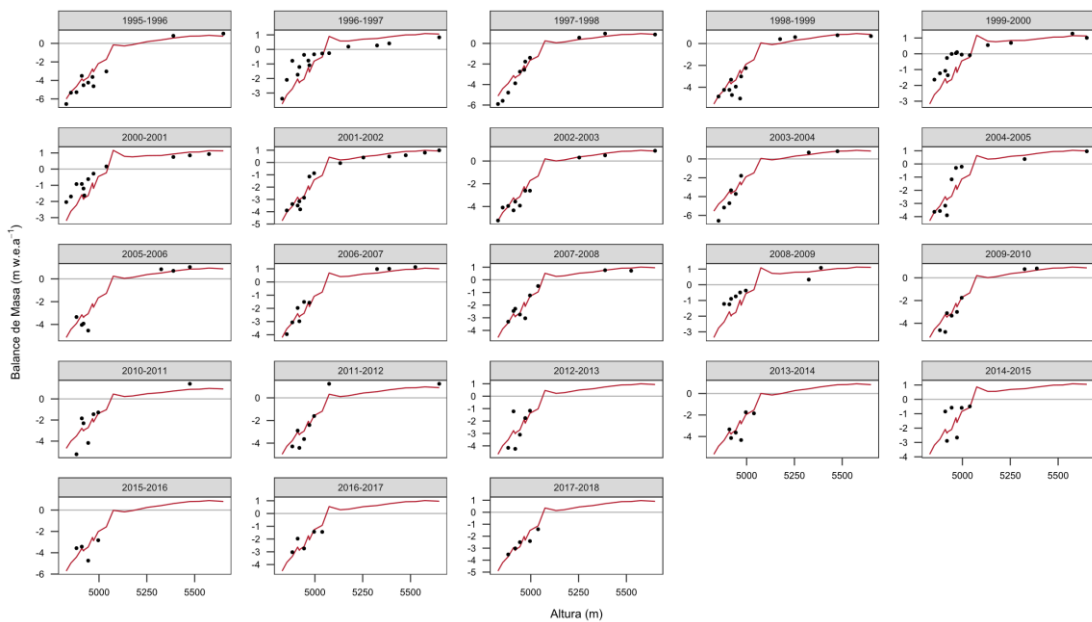


Figura 3-4. BM anual observado (puntos) y modelados (líneas) por elevación para el glaciar Antisana 15a utilizando el Modelo Bi-variado. Realizado por Escalante, 2023.

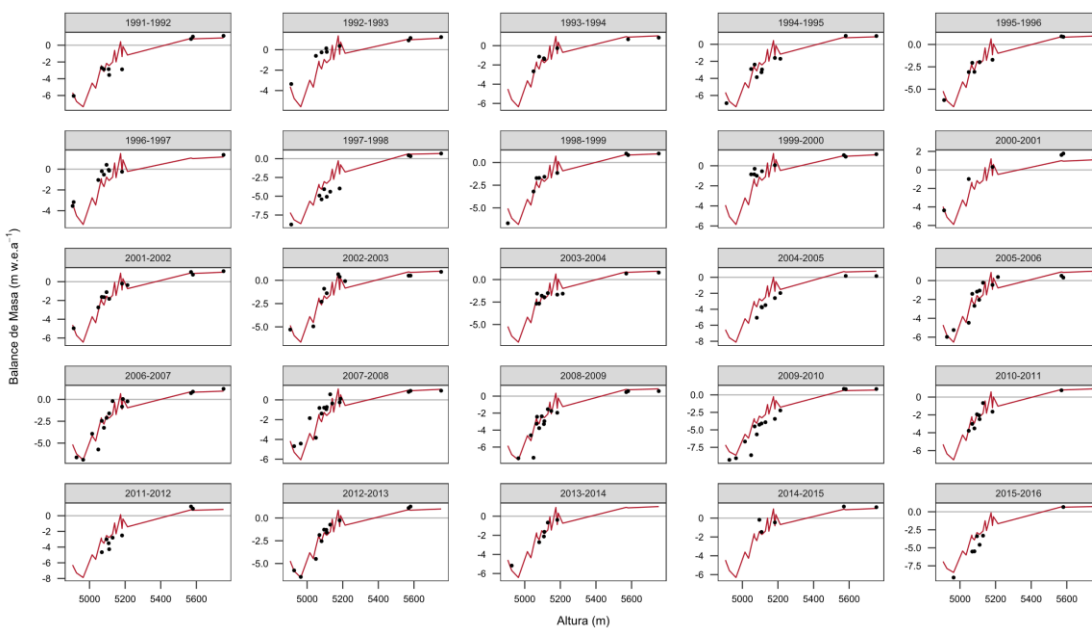


Figura 3-5. BM anual observado (puntos) y modelado (líneas) por elevación para el Zongo. Realizado por Escalante, 2023.

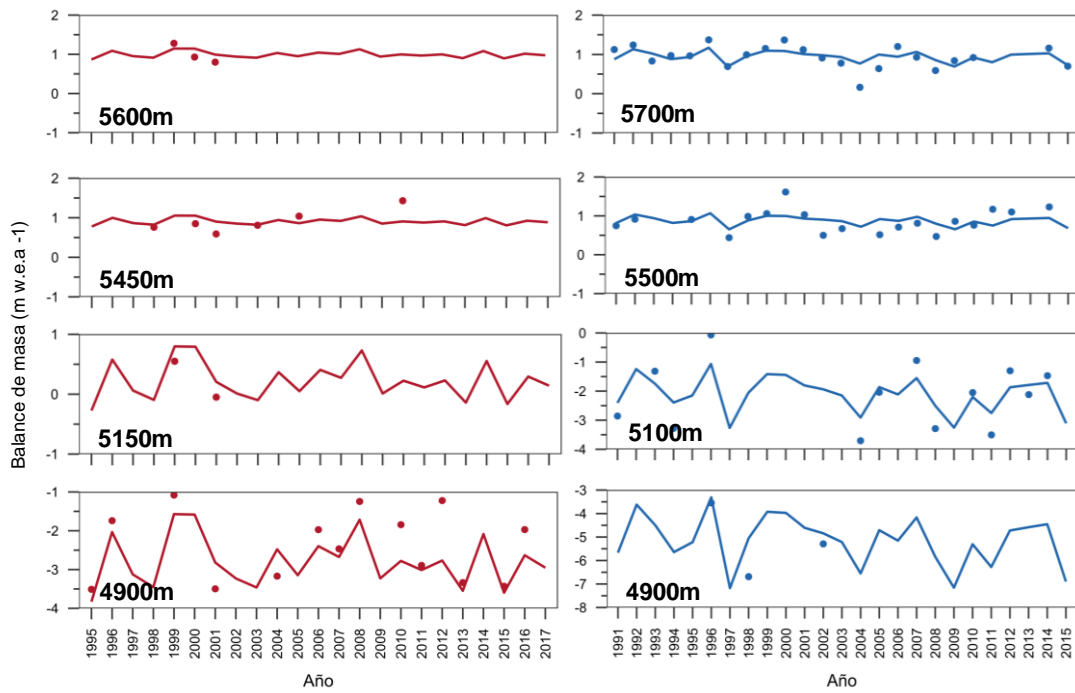


Figura 3-6. Fluctuaciones puntuales del balance de masa anual para diferentes elevaciones, obtenidas del Modelo Bi-variado para Antisana 15 α (izquierda) y Zongo (derecha).
Realizado por Escalante, 2023.

Los rasters encontrados en la Figura 3-7 y Figura 3-8, son del balance de masa modelado para los dos glaciares estudiados. En ambas gráficas, podemos visualizar un balance de masa positivo en la parte alta del glaciar. El polígono mostrado es del año más lejano.

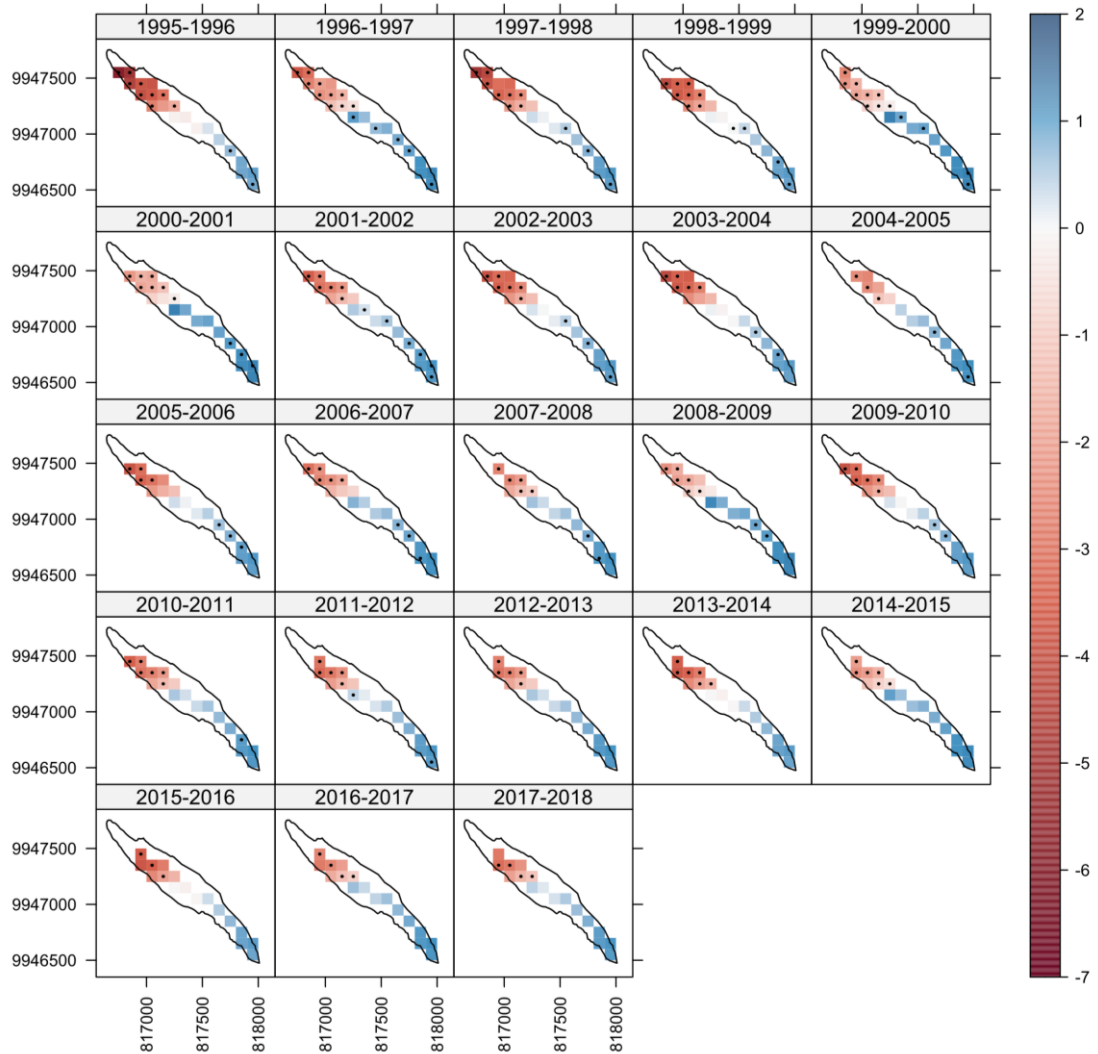


Figura 3-7. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el Antisana 15 α para cada año hidrológico, obtenido del Modelo Bi-variado. *Los puntos indican las celdas donde había al menos un valor observado.*
 Realizado por Escalante, 2023.

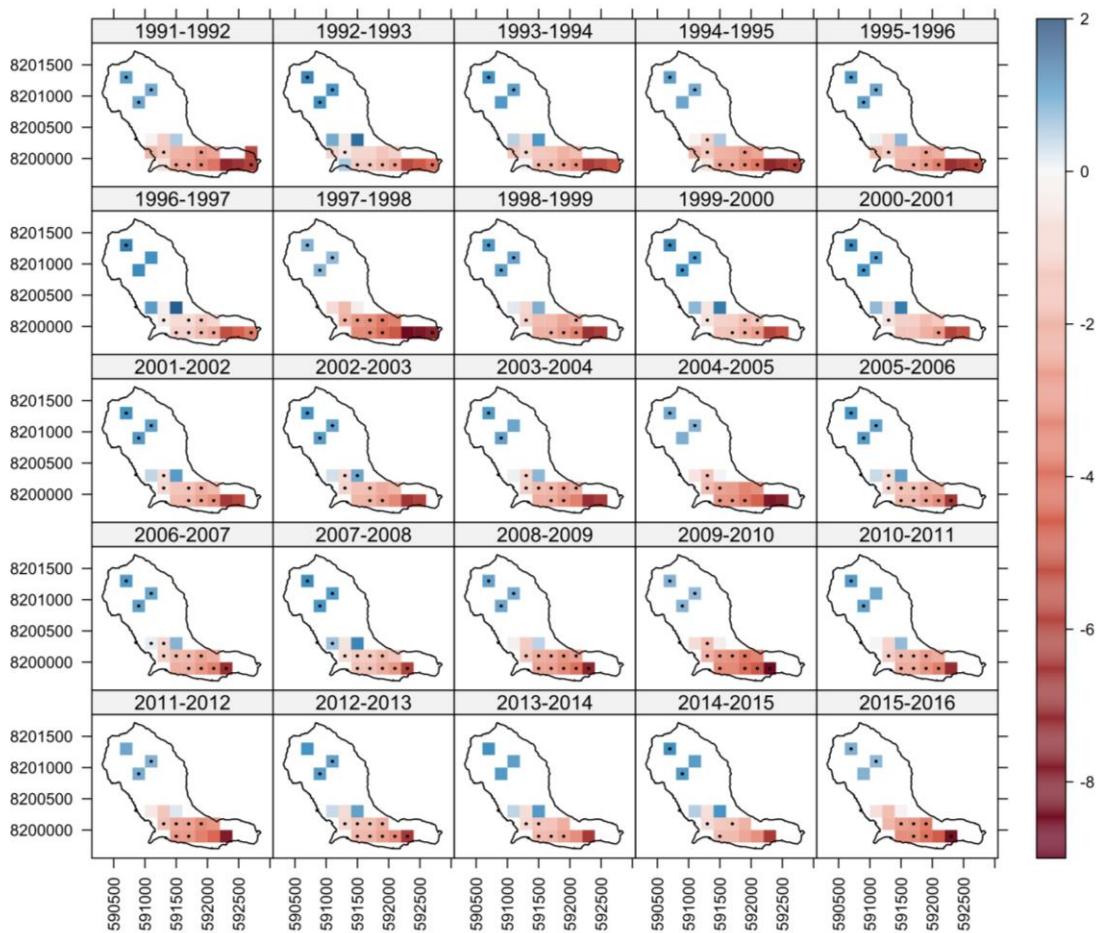


Figura 3-8. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el Zongo para cada año hidrológico, obtenido mediante el Modelo Bi-variado. *Los puntos indican las celdas donde había al menos un valor observado.*
Realizado por Escalante, 2023.

3.2. Balance de Masa Distribuido

En la Figura 3-9, se visualizan los balances observados, los modelados y los BM distribuidos reportados en función del tiempo. Se observa, en algunos casos, ciertas diferencias entre los valores modelados y observados. En ambas gráficas se pueden distinguir notables disminuciones como en el Antisana 15α en 1996-97, 2000-03, 2004-05, 2008-13, 2014-15 y con un ascenso en 1998-99, 2003-04, 2005-08, 2013-14 y 2015-16. En el Zongo, los descensos se presentan en 1992-94, 1996-97, 2000-04, 2007-09 y 2014-15, con aumentos en los años previos a este decrecimiento.

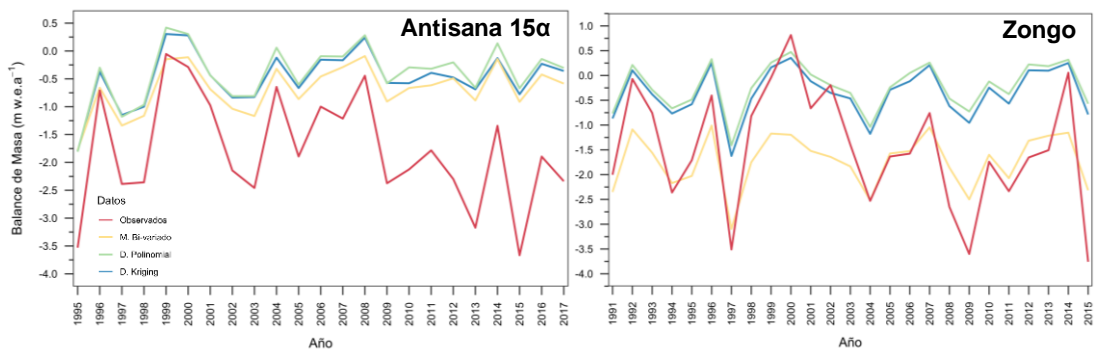


Figura 3-9. Fluctuaciones del balance de masa anual para cada glaciar, obtenidas del Modelo Bi-variado, distribución polinomial y por Kriging. Los años del eje X indican el inicio del año hidrológico.

Realizado por Escalante, 2023.

La Figura 3-10 muestra el balance de masa acumulado del glaciar Antisana 15α y Zongo para el periodo de 1995-2017 y 1991-2016, respectivamente, observado, modelado, así como también del balance de masa distribuido mediante polinomios y por Kriging, En ambas gráficas notamos que el BM es cada vez menor a lo largo del tiempo estudiado, sin embargo, la tasa de decrecimiento tiende a ser constante. Existen cambios muy notorios en ciertos periodos de tiempo como en 1997-98 para ambos glaciares.

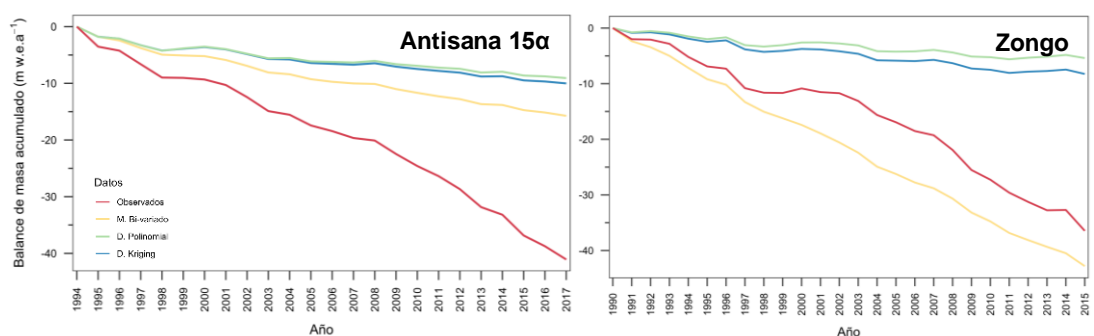


Figura 3-10. BM acumulados (m w.e.) calculados a partir del Modelo Bi-variado, BM distribuidos mediante D. Polinomial y Kriging.

Realizado por Escalante, 2023.

Se indican en la Figura 3-11 y Figura 3-14, la variabilidad espacial del BM para los dos glaciares estudiados según el método de distribución usado. Los tonos azules indican acumulación (BM positivo) y los tonos rojos ablación (BM negativo). Así también, a partir del año hidrológico 1998-1999, estos dos glaciares indican una importante pérdida de área glaciar en su zona de ablación, con algunas épocas más aceleradas como entre los años 1998-1999, 2004-2005 y 2009-2010.

Existe una marcada diferencia entre los dos gráficos de los modelos de distribución. La distribución por interpolación polinomial indica que para la zona alta del glaciar Zongo

(Figura 3-12) existen valores de BM negativos y una gran acumulación en la parte central. Mientras que la distribución por interpolación Kriging indican valores positivos en la parte alta del glaciar (Figura 3-14).

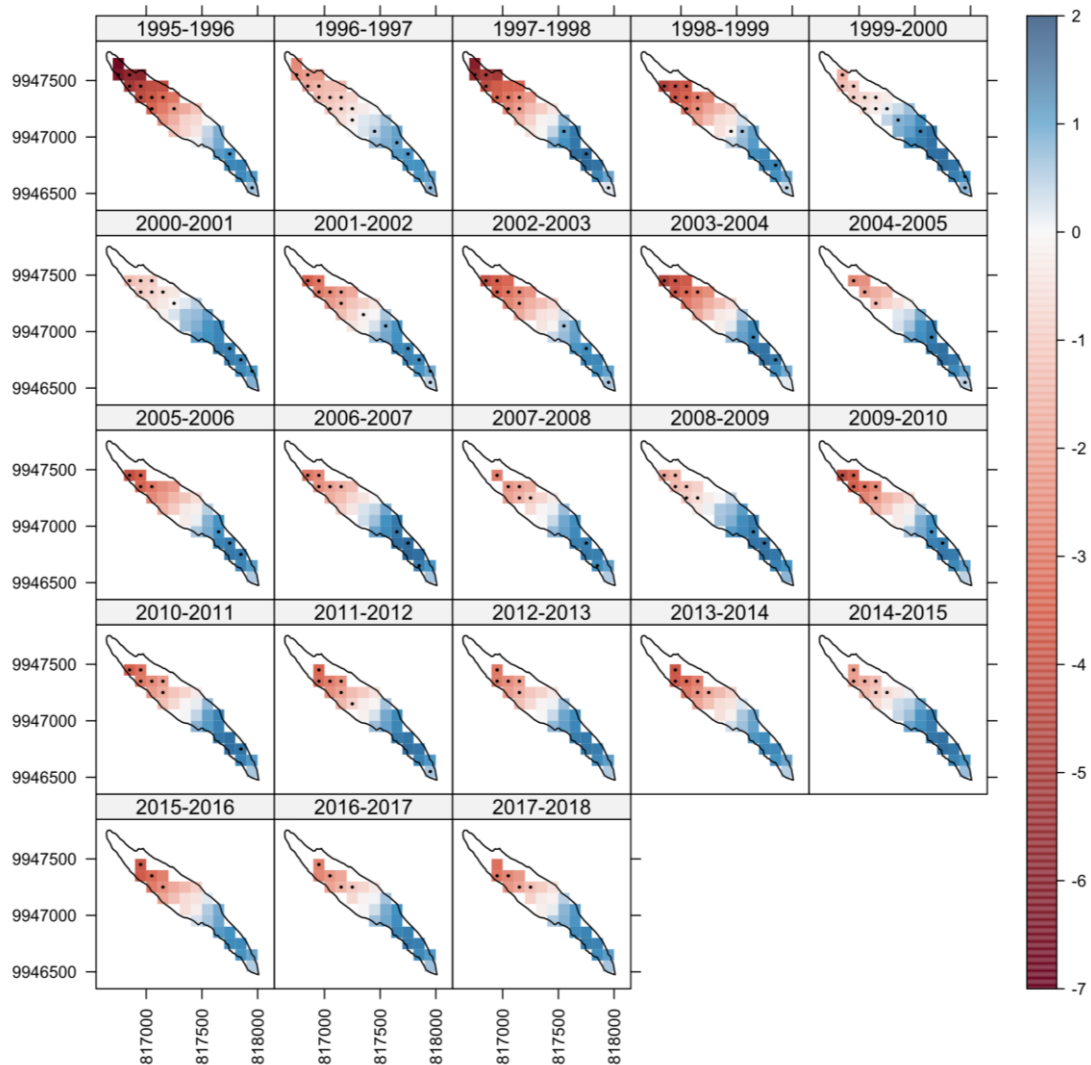


Figura 3-11. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el glaciar Antisana 15 α para cada año hidrológico, obtenido de la D. polinomial.

Los puntos indican las celdas donde había al menos un valor observado.

Realizado por Escalante, 2023.

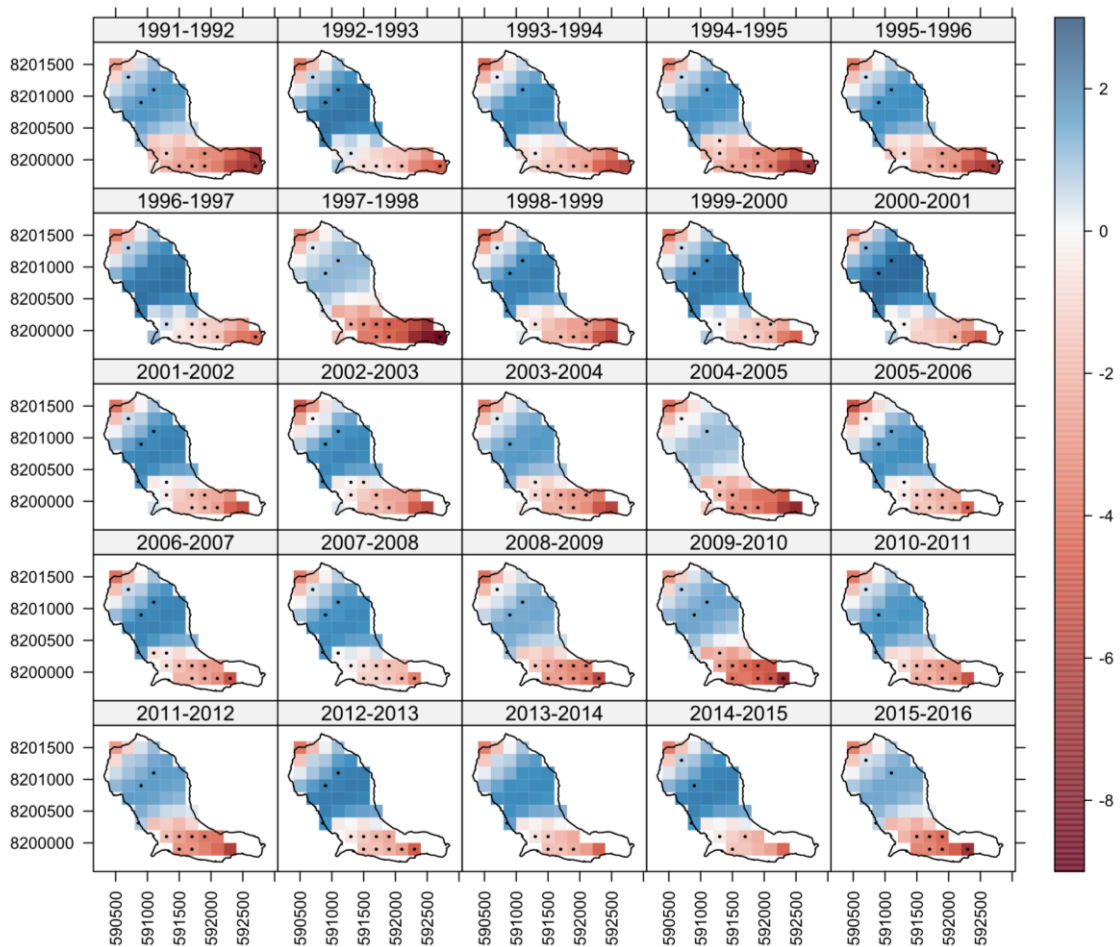


Figura 3-12. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el glaciar Zongo para cada año hidrológico, obtenido de la D. polinomial.
Los puntos indican las celdas donde había al menos un valor observado.
 Realizado por Escalante, 2023.

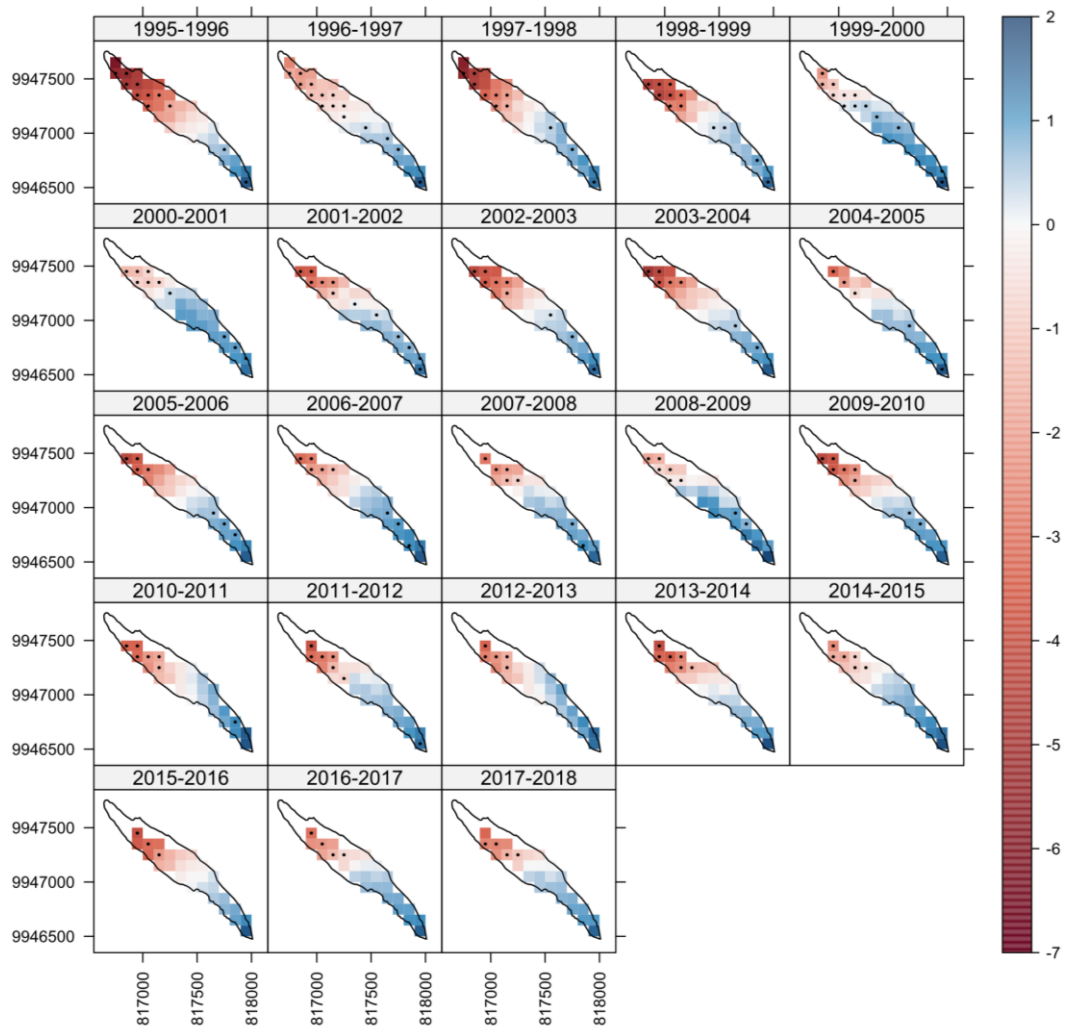


Figura 3-13. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el glaciar Antisana 15α para cada año hidrológico, obtenido de la D. Kriging. *Los puntos indican las celdas donde había al menos un valor observado.*
 Realizado por Escalante, 2023.

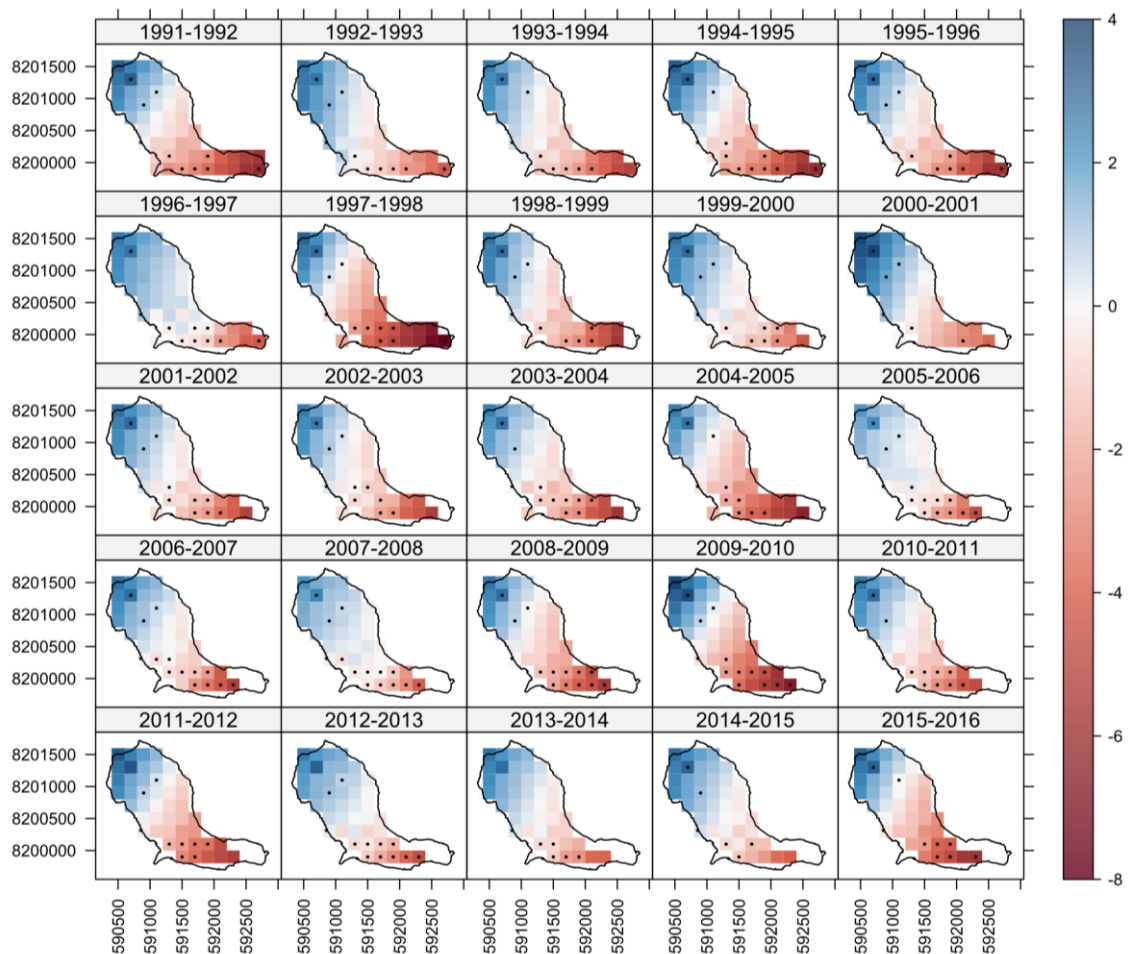


Figura 3-14. BM respecto a los cambios en la elevación de la superficie (m w.e.) de todo el glaciar Zongo para cada año hidrológico, obtenido de la D. Kriging. *Los puntos indican las celdas donde había al menos un valor observado.*
Realizado por Escalante, 2023.

3.3. Balance Neto Anual

La Figura 3-15 muestra el balance de masa neto anual obtenido mediante el método clásico y los calculados luego de aplicar los métodos de distribución (Anexo 6 y Anexo 7). El BM neto obtenido a partir de las predicciones por interpolación polinómica se acerca más al balance neto clásico, en el caso del Antisana 15α. Mientras que, para el Zongo, resulta más cercano el BM neto obtenido a partir de las predicciones de la interpolación por Kriging. Se puede observar con más claridad las fluctuaciones del balance de masa distribuida en toda el área glaciar.

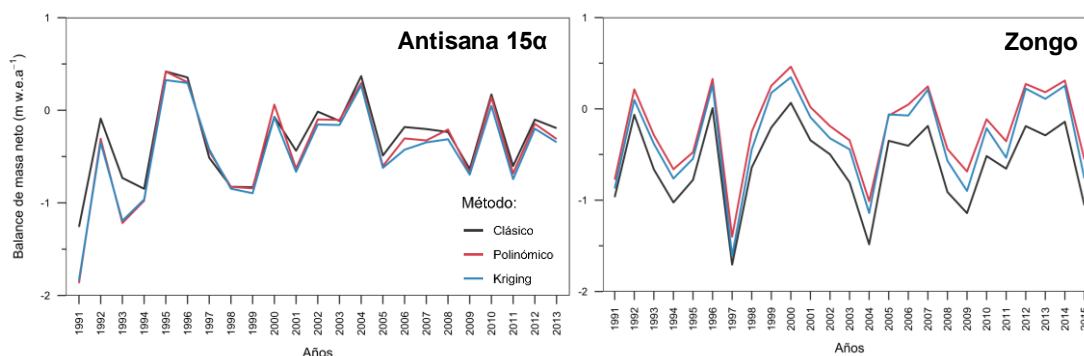


Figura 3-15. Balance de masa neto obtenido mediante el método clásico, polinomial y por Kriging. Realizado por Escalante, 2023.

3.4. Validación del Método de Balance Distribuido

Mediante el análisis estadístico se hizo la verificación de los residuos del modelo como los de las distribuciones, y pueden considerarse gaussianos para ambos glaciares (Anexo 10). Los residuales del Modelo Bi-variado oscilan entre -2.59 y 1.93 m w.e.a.⁻¹ y poseen una desviación estándar residual de 0.73 m w.e.a.⁻¹, para el Antisana 15α. Mientras que, para el Zongo, se obtienen residuales que van de 3.76 y 1.87 m w.e.a.⁻¹ y una desviación estándar residual de 0.83 m w.e.a.⁻¹. Las varianzas explicadas son de 87.9 y 88.9% , para Antisana y Zongo, respectivamente. Los residuales entre las predicciones del Modelo y la distribución polinómica, poseen una desviación estándar residual menor que la distribución Kriging, en ambos glaciares (Tabla 3-3)

En el Antisana 15α, las diferencias entre el método clásico y los dos métodos comparables (polinomial y Kriging), no superan los 0.61 y 0.57 m w.e.a.⁻¹; y en el Zongo los -0.19 y -0.10 m w.e.a.⁻¹. Mediante un análisis de varianza se pudo conocer que para el glaciar Zongo, existe una diferencia significativa con un p-valor de 0.02 entre el método clásico y los métodos comparables. Con el test de Tukey se obtuvo que esta diferencia, para un intervalo de confianza del 95% , se da entre el método clásico y el polinómico Tabla 3-2. Por otro lado, para el caso del Antisana 15α no se pudo encontrar una diferencia representativa, sin embargo, se realizó el test de Tukey.

Tabla 3-2. Resultado del Test Tukey's HSD.

Comparaciones	Antisana 15α	Zongo
Clásico - Kriging	0.60	0.11
Clásico - Polinómico	0.77	0.02
Polinómico - Kriging	0.96	0.70

Realizado por Escalante, 2023.

En la Tabla 3-3 podemos observar que, en ambos glaciares, la variación típica es menor con el método polinomial, aunque apenas difiere del método Kriging en 0.02 y 0.01 m w.e.a.⁻¹. Estas pequeñas diferencias dan como resultado un error estándar igual en ambos métodos.

Tabla 3-3. Desviación estándar de los métodos Polinomial y Kriging, para los glaciares Antisana 15α y Zongo.

	Método	Antisana 15α	Zongo
Desviación estándar residual (m w.e.a. ⁻¹)	Polinomial	0.55	0.92
	Kriging	0.59	1.15
Varianza explicada (%)	Polinomial	93.5	89.9
	Kriging	92.7	84.2
Desviación estándar del BM neto respecto al M. clásico (m w.e.a. ⁻¹)	Polinomial	0.16	0.08
	Kriging	0.14	0.09
Error estándar del BM neto respecto al M. clásico (m w.e.a. ⁻¹)	Polinomial	0.03	0.02
	Kriging	0.03	0.02

Realizado por Escalante, 2023.

3.5.Climatogramas

La variación interanual de la precipitación y temperatura para el Antisana 15α se denota en la Figura 3-16. La precipitación anual promedio es de 1887mm con una variación de 59mm durante los 23 años evaluados. Se registraron precipitaciones anuales con los picos más altos en los años de 1999-2000 y 2008, mientras que los picos más bajos se registran en los años de 1997-1998, 2001 y 2015; respectivamente. La temperatura tiene una variabilidad anual aproximada de 1°C y su valor promedio 8.6°C.

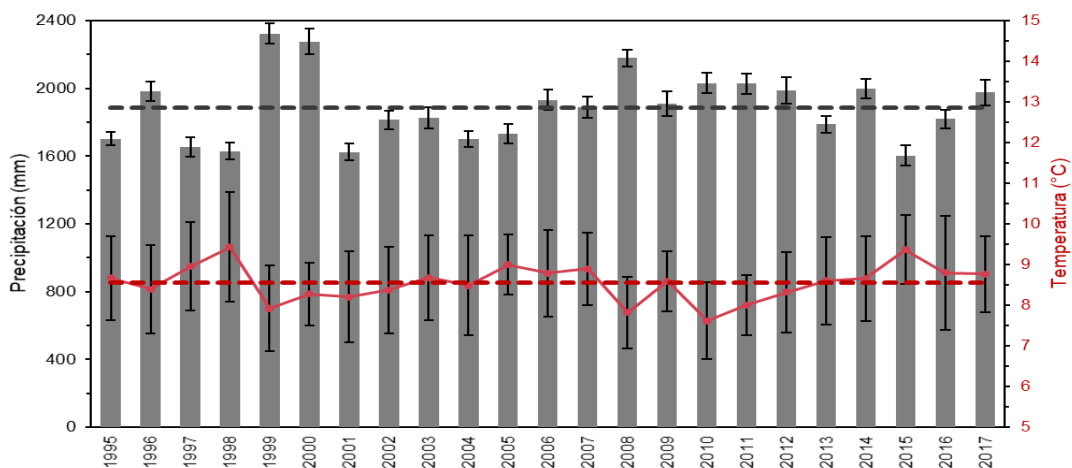


Figura 3-16. Precipitación acumulada (barras) y temperatura promedio (línea) interanual, para la zona del glaciar Antisana 15α.

Las líneas verticales representan la desviación estándar. Las líneas entrecortadas representan el promedio de dicha precipitación (gris) y temperatura (rojo).

Realizado por Escalante, 2023.

Para el glaciar Zongo, la Figura 3-17 muestra el comportamiento de la temperatura y precipitación acumulada a escala anual. Los valores promedio son de 6.6°C y 942.89mm, respectivamente. A partir del año 2010 las precipitaciones han aumentado respecto a años anteriores. Los años que presentaron menor precipitación, respecto a la media, fueron 1991, 1997-1998 y 2015. En el año hidrológico comprendido entre 1991-2015, la temperatura permaneció casi constante, aunque con un aumento evidente en el año de 1998 y 2015. La variabilidad interanual fue de aproximadamente 1°C.

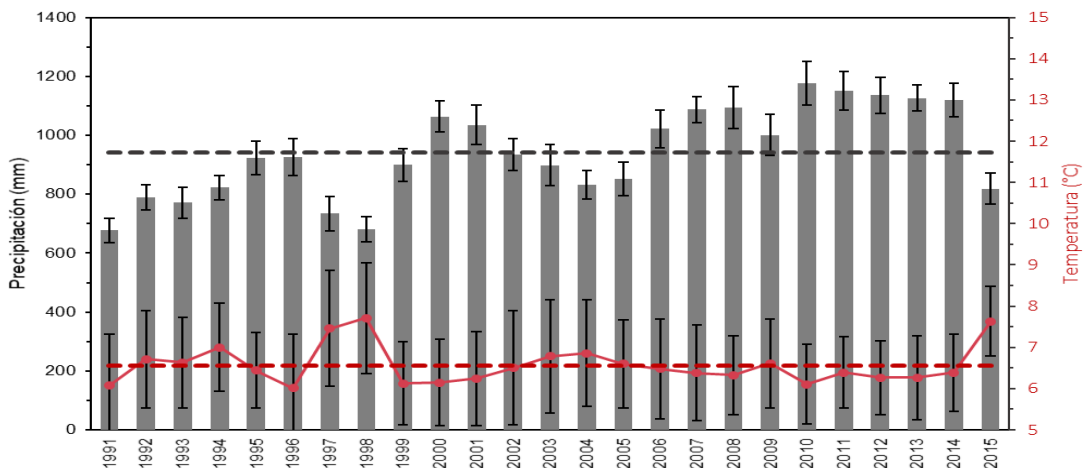


Figura 3-17. Precipitación acumulada (barras) y temperatura promedio (línea) interanual, para la zona del glaciar Zongo.

Las líneas verticales representan la desviación estándar. Las líneas entrecortadas representan el promedio de dicha precipitación (gris) y temperatura (rojo).

Realizado por Escalante, 2023.

Se muestra en la Figura 3-18, la variación anual del balance de masa neto relacionado con las variables de precipitación y temperatura. La Tabla 3-4 muestra la relación positiva y negativa entre el balance de masa neto y dichas variables, para un nivel de significancia <0.05.

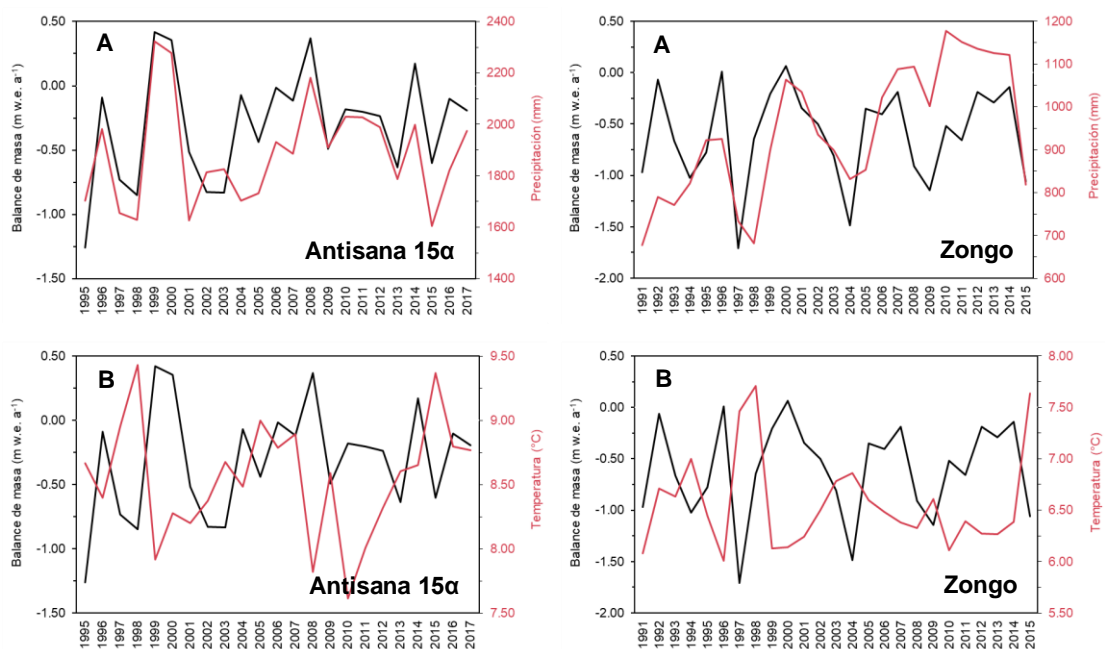


Figura 3-18. (A) Variación anual del Balance de masa neto y precipitación; (B) Variación anual del Balance de masa neto y temperatura, para los glaciares estudiados. Realizado por Escalante, 2023.

Tabla 3-4. Matriz de correlación. Los valores entre paréntesis indican el p-valor.

Antisana 15α	Balance de masa	Precipitación	Temperatura
Balance de masa	1.00 (0.00)	0.79 (0.00)	-0.48 (0.02)
Precipitación	0.79 (0.00)	1.00 (0.00)	-0.67 (0.00)
Temperatura	-0.48 (0.02)	-0.67 (0.00)	1.00 (0.00)
Zongo			
Balance de masa	1.00 (0.00)	0.45 (0.02)	-0.58 (0.01)
Precipitación	0.45 (0.02)	1.00 (0.00)	-0.60 (0.01)
Temperatura	-0.58 (0.00)	-0.60 (0.00)	1.00 (0.00)

Realizado por Escalante, 2023.

La Figura 3-19 muestra la serie temporal de MEI.v2 (1991–2016). Los valores negativos (basados en un umbral -0.5) representan la fase ENSO fría (azul), también conocida como La Niña, mientras que los valores positivos (basados en un umbral +0.5) representan la fase ENSO cálida, El Niño (rojo). Las salidas estandarizadas que más remarcan los eventos de El Niño han sido en los periodos de 1991-1993, 1997-1998 y 2015-2016. Mientras que los eventos de La Niña han alcanzado desviaciones estándar más bajas en 1999-2001, 2007-2009 y 2010-2012.

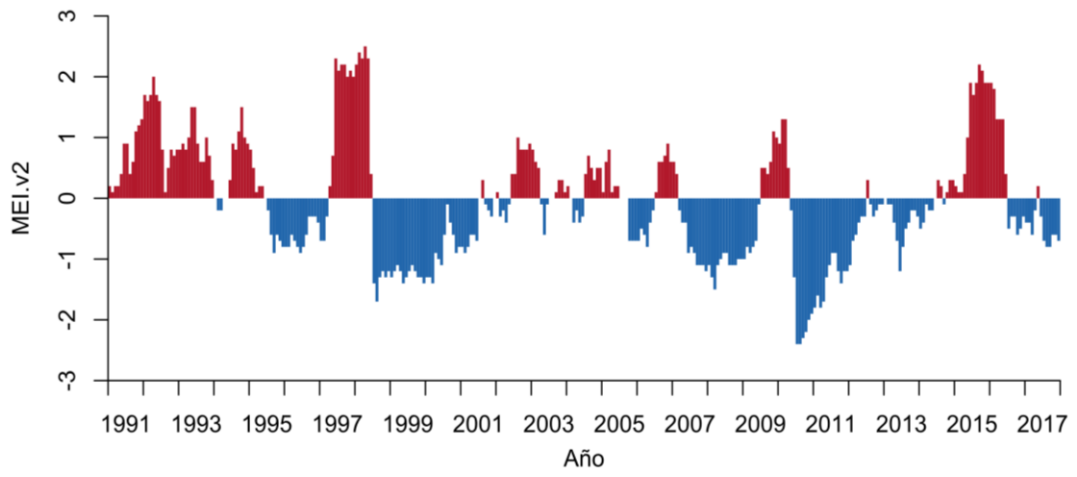


Figura 3-19. Serie temporal del Índice bimestral multivariado del ENSO (MEI.v2).
Realizado por Escalante, 2023.

CAPÍTULO IV: INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Del análisis estadístico expuesto en el capítulo anterior, se obtienen residuos gaussianos (Anexo 10) y una varianza explicada de 87.9 y 88.9%. Se muestra que el Modelo Bi-variado es capaz de explicar la varianza del balance de masa original (observaciones) y es adecuado para capturar la estructura espacio temporal de dicha varianza. Sin embargo, las desviaciones estándar residuales indican la existencia de datos dispersos. Estudios [49,96,97], atribuyen desviaciones de residuales altas a dos factores: 1) Posiciones geográficas inexactas de las mediciones de BM y; 2) Dificultades en la medición de la precipitación sólida en alta montaña. Esto es más notable en la zona de acumulación, puesto que se cuenta con pocos datos en esta zona. Por lo tanto, la escasez de datos en la zona de acumulación llevaría a un incremento en la incertidumbre y variabilidad en la zona alta glaciar.

La fluctuación del balance de masa anual entre el glaciar Antisana 15 α y Zongo indicados en la Figura 3-9 muestran una relación con los cambios de precipitación y temperatura interanual indicados en la Figura 3-16 y Figura 3-17. Para los años 1998-1999 existió un aumento en la fluctuación del BM anual en el glaciar Antisana 15 α , a su vez existió una precipitación pico de 2350mm en 1999. Mientras que, para los años 2014-2015 existió una disminución del BM anual en el Antisana 15 α , que corresponden a un aumento de 1°C de temperatura. En cuanto al glaciar Zongo, un aumento en las fluctuaciones de BM anual para los años 1998-2000 corresponden a un aumento de precipitación desde 700mm hasta 1070mm (aumento de 370mm). Así mismo, una disminución del BM anual entre los años 1996-1997 corresponde a un aumento de 1.5°C de temperatura.

En cuanto a los BM acumulados para ambos glaciares indicados en la Figura 3-10, muestran una disminución notoria en los años 1997-1998, lo que corresponden a un aumento de la temperatura de 0.5°C y 0.3°C en el glaciar Antisana 15 α y Zongo, respectivamente. De este modo, en la Figura 3-18 se observa una relación directamente proporcional entre la variación anual de balance de masa neto y la precipitación, y una relación inversamente proporcional de la variación anual del BM neto y la temperatura. En los años 1998-1999, la variación anual del BM neto del glaciar Antisana 15 α aumentó de -0.75m w.e.a⁻¹ a 0.40m w.e.a⁻¹, a su vez la precipitación aumentó de 1600mm a 2300mm. Para el glaciar Zongo, en el mismo periodo de tiempo, el BM neto aumentó de

-1.25m w.e.a⁻¹ a -0.25m w.e.a⁻¹, y a su vez la precipitación aumentó de 700mm a 800mm. En cuanto a la influencia de la temperatura en el BM neto anual, para el glaciar Antisana 15α, existió un aumento de -0.10m w.e.a⁻¹ a 0.35 m w.e.a⁻¹ en los años 2007-2008, mientras que la temperatura disminuyó 1.05°C. Para el glaciar Zongo, en los años 1998-1999, existió un aumento del BM neto anual de -0.60m w.e.a⁻¹ a -0.20m w.e.a⁻¹, mientras que la temperatura disminuyó 1°C.

Con un valor de significancia <0.05, para ambos glaciares la relación entre el BM neto anual y la precipitación es positiva y entre el BM neto y temperatura es negativa (Tabla 3-4). La correlación de las variables BM neto anual y precipitación fue de 0.788 y 0.449, para Antisana y Zongo, respectivamente. Mientras que la correlación entre el BM neto anual y la temperatura, fue de -0.482 para Antisana y -0.581 para Zongo.

El análisis del BM en conjunto con la temperatura y precipitación, muestra un aumento del BM cuando la precipitación aumenta y la temperatura disminuye. Esto se evidencia en los años (1997, 2015) donde la precipitación ha disminuido y la temperatura ha aumentado, resultando en una disminución del BM. Caso contrario, en los años (1999, 2008, 2010), cuando la precipitación ha aumentado y la temperatura ha disminuido, resulta en un aumento del BM. Estos años coinciden con la presencia de eventos ENSO: El Niño y La Niña, mostrados en la Figura 3-19, estudios afirman que la variabilidad anual del BM está relacionada a eventos ENSO [98]. Para el Antisana 15α, se ha revelado que las tasas de ablación aumentan constantemente durante los periodos cálidos del Pacífico y disminuyen durante los periodos fríos. Esta respuesta es más o menos simultánea con la anomalía de temperatura de la superficie del mar (SSTA, siglas en inglés) del Pacífico ecuatorial [76]. En Bolivia, el ENSO frecuentemente lleva a un cambio significativo en la cantidad de precipitación presente en la temporada de lluvias del verano austral y además presentan una marcada anomalía de temperatura [32]. El glaciar Zongo, durante los eventos de El Niño, ha presentado temperaturas por encima del promedio y BM anuales negativos, lo que ha acelerado particularmente su tendencia de recesión [76]. Por tanto, el balance de masa glaciar es muy sensible a los cambios en parámetros climáticos tales como temperatura y precipitación. Además, el análisis de la variabilidad del BM para el glaciar Antisana 15α y Zongo en conjunto con el índice bimestral multivariado del ENSO, indican una señal climática.

Los balances de masa de los glaciares han sido negativos desde principios de la década de 1980 [99], lo que ha logrado que el área de la superficie de los glaciares reduzca su

tamaño. Los balances de masa negativos indican que los glaciares han retrocedido, perdiendo así partes de sus lenguas afectadas por las altas tasas de fusión [100]. El área total de los glaciares presenta una disminución de masa desde 1998 (Figura 3-11; Figura 3-14), año donde la presencia de El Niño fue muy evidente. El glaciar Antisana 15α disminuyó 93276.202m², es decir un 26% desde 1995 a 2017 mientras que el Zongo lo hizo en un 13% con 278205.836m² desde 1991 a 2016. Como podemos notar la reducción en el Antisana 15α es mayor que en el Zongo. Esto es debido a sus diferencias en cuanto a su extensión territorial y a su ubicación respecto a los trópicos, donde la ablación y la acumulación ocurren en épocas diferentes [4]. En los trópicos internos, donde se encuentra el Antisana 15α, tanto la acumulación como la ablación se producen a lo largo de todo el año hidrológico, aquí el aporte de energía de la radiación de longitudes de onda corta es constante durante el año, siendo la fuente principal que alimenta la ablación [4]. Mientras que, los trópicos externos se caracterizan por una pronunciada estacionalidad en la humedad específica, precipitación y nubosidad [30]. Así, la acumulación notable ocurre solo durante la temporada húmeda. La ablación, fuerte durante los meses húmedos, se reduce durante el resto del año [73,101].

En cuanto a la distribución del BM al área total del glaciar, encontramos que, la interpolación polinomial alcanza una varianza explicada de 93.5 y 89.9% y la distribución por Kriging 92.7 y 84.2% en los glaciares Antisana 15α y Zongo (Tabla 3-3), lo cual indica que la distribución por estos métodos consigue explicar significativamente la varianza de la salida del Modelo Bi-variado. Con un error estándar de 0.03 y 0.02m w.e.a⁻¹ se precisa una modelación del BM neto similar a la obtenida mediante el método clásico. A pesar de los resultados alentadores, los resultados gráficos muestran claros errores. En la distribución polinomial (Figura 3-11 y Figura 3-12) se expone conjuntos de celdas muy marcadas de azul en el glaciar Antisana 15α y una zona muy marcada de rojo en el Zongo, ambas en la zona alta que indican sobrestimación o subestimación de pérdida o ganancia de BM. En la distribución del BM mediante interpolación por Kriging mostrada en la Figura 3-13 y Figura 3-14, también se evidencia errores, aunque en menor cantidad y poco perceptible. Gráficamente existe una clara diferencia entre las dos distribuciones, que dan a notar que mediante Kriging se puede llegar a obtener datos con más sentido físico, esto se le atribuye a que utiliza ponderaciones que provienen de un semivariograma que se desarrolló observando la naturaleza espacial de los datos, mientras que la interpolación polinomial utiliza una ecuación simple basada únicamente en la altura. Los resultados de la prueba de diferencia significativa de Tukey de estos métodos respecto al método clásico (Tabla 3-2), indican que las diferencias

son representativas únicamente para la comparación entre el método clásico y el polinomial para el glaciar Zongo. Estas diferencias podrían estar relacionadas con la presencia de errores atípicos presenciados gráficamente Figura 3-12 y discutidas anteriormente.

La distribución del BM mediante interpolación polinomial se realiza a partir de regresiones polinomiales. Si bien el polinomio es un tipo de curva que puede ampliamente adaptarse, un valor atípico en los datos puede tener un impacto significativo en los resultados del análisis no lineal, es decir que es muy sensible a errores de las mediciones [102]. Por otro lado, las ponderaciones del método Kriging se calculan de manera que los puntos más cercanos tienen más peso que los que se encuentran más alejados [94]. Además de la distancia entre los puntos medidos y la ubicación de la predicción, las ponderaciones también se basan en la autocorrelación espacial, de esta última depende su precisión [103]. La autocorrelación por el método Kriging se basa en la primera ley de Tobler: “todo está relacionado con todo lo demás, pero las cosas cercanas están más relacionadas que las cosas distantes” [104]. Una herramienta estadística para medir la autocorrelación es mediante el variograma, si los datos provienen de mediciones sin errores se esperaría que las curvas de los variogramas se ajusten a los datos. Sin embargo, no en todos los años se ajustan los datos al variograma (Anexo 8 y Anexo 9). En ambos métodos de distribución, las curvas no pasan por todos los puntos, lo que lleva a que los valores interpolados sean más altos o más bajos que los valores reales [105]. Por tanto, si los datos no tienen esa correlación con la curva del variograma, para poder realizar una predicción acorde a la variabilidad espacial, puede ser debido a la calidad y número de mediciones [60], ocasionando la sobrestimación de la ganancia o subestimación de pérdida de masa glaciar.

El gradiente de elevación promedio sobre las áreas de ablación del Antisana ($1.88\text{m w.e. (100m)}^{-1} \text{ a}^{-1}$) y Zongo ($1.84\text{m w.e. (100m)}^{-1} \text{ a}^{-1}$) (Anexo 11). Estos valores se asemejan a valores del gradiente de altitud de balance de masa promedio calculados para Antisana 15α y Zongo, respectivamente [49,55]. Estos valores altos de gradiente de ablación indican que ambos glaciares poseen un gradiente empinado, lo cual coincide con la descripción de otros estudios (ej. [50], [40]). En estos estudios se muestra que, en muchos glaciares el gradiente de balance de masa es mayor en elevaciones más bajas, aún más si estos glaciares son tropicales. Los glaciares tropicales se caracterizan por mostrar grandes gradientes verticales de balance de masa

de alrededor de $2\text{m w.e. (100m)}^{-1}$ en el área de ablación [30], debido a las variaciones altitudinales en la cantidad de precipitación líquida o sólida que cae sobre esta zona durante los meses húmedos [106]. El fuerte gradiente del perfil de balance neto vertical en el área de ablación, es provocado por el flujo de calor o energía de fusión que se da durante todo el año [50,106].

Respecto a la variabilidad temporal de los gradientes del balance de masa, las observaciones muestran un aumento de este gradiente en los años cálidos (Figura 3-4 y Figura 3-5) y las fluctuaciones temporales del BM son muy pequeñas en la parte más alta de estos glaciares y más prominentes en la parte baja (Figura 3-6), esto es debido a que las desviaciones estándar tienden a cero en elevaciones muy altas en ambos glaciares (Figura 3-1). La causa probablemente sea que la sensibilidad del balance de energía superficial al calentamiento disminuye con la elevación [107]. Aunque existan diferencias entre las temporadas de ablación en los glaciares estudiados, en términos generales, en los trópicos la duración de la temporada de ablación es máxima [49], y cuanto más larga sea la temporada de ablación, mayor será la variabilidad en el balance de masa puntual en esta zona, en consecuencia, la variabilidad temporal del perfil de balance de masa será mayor.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

El presente estudio logró desarrollar un algoritmo en el Software R para analizar datos geoespaciales de dos glaciares tropicales, mediante el Modelo Bi-variado. Dicho algoritmo permitió homogeneizar el balance de masa de los glaciares Antisana 15α de Ecuador y Zongo de Bolivia. La fiabilidad de la homogeneización mediante el modelo, se refleja en la varianza de los datos originales de balance de masa (heterogéneos y discontinuos), y los datos de BM obtenidos, los cuales son consistentes a nivel regional y muestran una variabilidad temporal que corresponden con resultados de estudios previos. Adicionalmente, los métodos de distribución propuestos, permiten obtener valores de balance de masa absolutos considerando la magnitud. Sin embargo, estos métodos no logran representar la variabilidad espacial del balance de masa.

Se demostró que el balance de masa obtenido mediante el Modelo Bi-variado es sensible a los cambios de temperatura y de precipitación. Esto es demostrado por el índice bimestral multivariado del ENSO, donde se obtuvo una señal climática consistente. En este sentido, el balance de masa está relacionado con los cambios de temperatura y precipitación que ocurren durante el ENSO. Un aumento en el balance de masa ocurre cuando existe mayor precipitación y disminución de la temperatura para los glaciares Antisana 15α en Ecuador y Zongo en Bolivia. Por otra parte, durante los años 1997 y 2015, el balance de masa disminuyó debido al incremento de temperatura y disminución de la precipitación. Por lo que la pérdida de masa y retroceso de estos glaciares tropicales se constituiría en una consecuencia del abrupto cambio de la temperatura y precipitación durante eventos ENSO.

5.2.Recomendaciones

Para la aplicación de este modelo es recomendable que el conjunto de datos comprenda un periodo de al menos 4 años de mediciones de balance de masa puntual, esto con el fin de obtener una varianza representativa de la zona de estudio, además de considerar que cada vez que se agrega un año se recalcula el balance, puesto que con un nuevo año va a reajustarse la varianza. Por otra parte, es necesario que los mapas que delimitan el área del glaciar a ser estudiado sean actualizados ya que, al calcular el balance de masa empleando datos geoespaciales (como polígonos o DEM) desactualizados, el cálculo no sería lo suficientemente preciso como para revelar el cambio de masa real. A su vez, es importante recordar que existen errores sistemáticos que no son contemplados estadísticamente por los modelos de distribución utilizados en este estudio, por lo que es necesario la implementación de métodos estadísticos más robustos que permitan cuantificar estos errores con mayor fidelidad. Finalmente, si bien el Antisana 15α y el Zongo son dos de los glaciares más representativos de la Cordillera Oriental, para poder reforzar los resultados obtenidos en este trabajo, se recomienda extender el análisis al resto de los glaciares de la Cordillera Andina.

REFERENCIAS

1. Australian Academy of Science. What is climate change? 2020 [cited 4 May 2022]. Available: <https://www.science.org.au/learning/general-audience/science-climate-change/1-what-is-climate-change>
2. NASA. What Is Climate Change? 14 May 2014 [cited 14 Aug 2022]. Available: <https://www.nasa.gov/audience/forstudents/k-4/stories/nasa-knows/what-is-climate-change-k4.html>
3. Sorokhtin OG, Chilingar G v., Sorokhtin NO. Evolution of Earth's Global Climate. *Developments in Earth and Environmental Sciences*. 2011;10: 499–524. doi:10.1016/B978-0-444-53757-7.00014-3
4. Francou B, Rabatel A, Soruco A, Sicart JE, Silvestre E, Ginot P, et al. Glaciares de los Andes Tropicales: víctimas del Cambio Climático. Silvestre E, Francou B, Villacis M, editors. Perú: Lima, Perú; 2013.
5. Bindoff NL, Stott PA, AchutaRao KM, Allen MR, Gillet N, Gutzler D, et al. Detection and Attribution of Climate Change: from Global to Regional. In: Stocker TF, Qin G-K, Plattner G-K, Tignor M, Allen SK, Boschung J, et al., editors. *Climate Change 2013: The Physical Science Basis*. United Kingdom: Cambridge; 2013. Available: https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/02/WG1AR5_Chapter10_FINAL.pdf
6. Hoşut S, Deren Van Het Hof S. Climate Change. Crowther D, Seifi S, editors. *The Palgrave Handbook of Corporate Social Responsibility*. Cham: Springer International Publishing; 2020. doi:10.1007/978-3-030-22438-7_12-1
7. WWF. Climate & Energy. 2020 [cited 4 May 2022]. Available: <https://explore.panda.org/climate>
8. Benavides H, León G. Información Técnica sobre gases de efecto invernadero y el cambio climático. Bogotá, Colombia; 2007. Available: <http://www.ideam.gov.co/documents/21021/21138/Gases+de+Efecto+Invernadero+y+el+Cambio+Climatico.pdf>
9. le Treut H, Somerville R, Cubasch U, Ding Y, Mauritzen C, Mokssit A, et al. Historical Overview of Climate Change. In: Solomon S, Qin D, Manning M, Chen Z, Marquis M, Averyt KB, et al., editors. *Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. United Kingdom: Cambridge University Press; 2007. Available: https://archive.ipcc.ch/publications_and_data/ar4/wg1/en/ch1.html
10. ABC Fichas. Calentamiento global y el efecto invernadero. 2020 [cited 14 Aug 2022]. Available: <https://www.abcfichas.com/causas-y-explicacion-del-efecto-invernadero/calentamiento-global-y-el-efecto-invernadero/>
11. Allen MR, Dube OP, Solecki W, Aragón-Durand F, Cramer W, Humphreys S, et al. Framing and Context. In: Masson-Delmotte V, Zhai P, Pörtner H-O, Roberts D, Skea J, Shukla PR, et al., editors. *IPCC Special Report on the impacts of global warming of 15°C above pre-industrial levels and related global greenhouse gas emission pathways, in the context of strengthening the global response to the threat of climate change, sustainable development, a....* UK: Cambridge University Press; 2018. pp. 49–92. doi:10.1017/9781009157940.003
12. Canadian Institute of Actuaries. *Climate Change and Resource Sustainability - An Overview for Actuaries*. 2015.

13. Allen MR, Dube OP, Solecki W, Aragón-Durand F, Cramer W, Humphreys S, et al. Framing and Context. In: Masson-Delmotte V, Zhai P, Pörtner H-O, Roberts D, Skea J, Shukla PR, et al., editors. *Global Warming of 15°C An IPCC Special Report on the impacts of global warming of 15°C above pre-industrial levels and related global greenhouse gas emission pathways, in the context of strengthening the global response to the threat of climate change*. Cambridge University Press; 2018. pp. 49–92. doi:10.1017/9781009157940.003
14. Benavides H, León G. Información técnica sobre gases de efecto invernadero y el cambio climático. 2007 Dec.
15. Oerlemans J. *Glaciers and Climate Change*. Netherlands: CRC Press; 2001. Available: https://books.google.com.ec/books?hl=es&lr=&id=OJHXK91Ci1AC&oi=fnd&pg=PA1&ots=wnhpPNXhh9&sig=VphTIAvovyi6rqMZ7wdl-74PctM&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false
16. NASA. GISS Surface Temperature Analysis (v3). Apr 2021 [cited 14 Aug 2022]. Available: https://data.giss.nasa.gov/gistemp/graphs_v3/
17. IDEAM. Glaciares. In: *Monitoreo de Ecosistemas* [Internet]. 2014 [cited 4 May 2022]. Available: <http://www.ideam.gov.co/web/ecosistemas/glaciares>
18. Leonardini G, Sicart J-E, Rabatel A, Soruco A, Ginot P, Ramirez E. Análisis Del Balance De Masa Mensual Y Anual Del Glaciar Tropical Zongo (Bolivia). *Revista Boliviana de Física*. 2012;21: 6–11. Available: http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1562-38232012000100002
19. Dussaillant I, Berthier E, Brun F, Masiokas M, Hugonnet R, Favier V, et al. Two decades of glacier mass loss along the Andes. *Nat Geosci*. 2019;12: 802–808.
20. Gregory-Wodzicki KM. Uplift history of the Central and Northern Andes: A review. *Geol Soc Am Bull*. 2000;112: 1091–1105. Available: http://geomorphology.sese.asu.edu/Papers/gregory-wodzicki_andes_uplift_gsab00.pdf
21. Basantes-Serrano R, Rabatel A, Francou B, Vincent C, Soruco A, Condom T, et al. New insights into the decadal variability in glacier volume of an iconic tropical ice-cap explained by the morpho-climatic context, Antisana, (0°29' S, 78°09' W). 2022; 1–28. doi:10.5194/tc-2022-70
22. Cuesta F, Muriel P, Beck S, Meneses RI, Halloy S, Salgado S, et al., editors. *Biodiversidad y Cambio Climático en los Andes Tropicales*. Lima-Quito: Red Gloria-Andes; 2012.
23. Buytaert W, Vuille M, Dewulf A, Urrutia R, Karmalkar A, Céleri R. Uncertainties in climate change projections and regional downscaling in the tropical Andes: Implications for water resources management. *Hydrol Earth Syst Sci*. 2010;14: 1247–1258. doi:10.5194/HESS-14-1247-2010
24. ANA. *Inventario de Glaciares y Lagunas: Unidad de Glaciología y Recursos Hídricos*. El Palomar, Perú; 2014. Available: <https://www.minam.gob.pe/cambioclimatico/wp-content/uploads/sites/11/2013/10/Inventario-de-Glaciares-y-Cuenca.pdf>
25. Masiokas MH, Rabatel A, Rivera A, Ruiz L, Pitte P, Ceballos JL, et al. A Review of the Current State and Recent Changes of the Andean Cryosphere. *Front Earth Sci (Lausanne)*. 2020;8: 99. doi:10.3389/FEART.2020.00099/BIBTEX
26. Kaser G, Osmaston H. *Tropical Glaciers*. Cambridge University, editor. New York, USA; 2002.
27. Basantes-Serrano R, Rabatel A, Francou B, Vincent C, Maisincho L, Cáceres B, et al. Slight mass loss revealed by reanalyzing glacier mass-balance observations on Glaciar Antisana 15α (inner tropics) during the 1995–2012 period. *Journal of Glaciology*. 2016;62: 124–136. doi:10.1017/jog.2016.17

28. Pepin N, Bradley RS, Diaz HF, Baraer M, Caceres EB, Forsythe N, et al. Elevation-dependent warming in mountain regions of the world. *Nature Climate Change* 2015 5:5. 2015;5: 424–430. doi:10.1038/nclimate2563
29. IPCC. *Climate Change 2014: Impacts, Adaptation, and Vulnerability*. New York, USA: Cambridge University Press; 2014. Available: <https://www.ipcc.ch/report/ar5/wg2/>
30. Rabatel A, Francou B, Soruco A, Gomez J, Cáceres B, Ceballos JL, et al. Current state of glaciers in the tropical Andes: a multi-century perspective on glacier evolution and climate change. *Cryosphere*. 2013;7: 81–102. doi:10.5194/tc-7-81-2013
31. CAN. *Glaciares Andinos: La necesidad de una agenda trasversal*. Chile; 2014. Available: http://cambioclimaticochile.cl/wp-content/uploads/2014/12/Glaciares_Andinos_final.pdf
32. Francou B, Vuille M, Favier V, Cáceres B. New evidence for an ENSO impact on low-latitude glaciers: Antizana 15, Andes of Ecuador, 0°28'S. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*. 2004;109: 1–17. doi:10.1029/2003JD004484
33. IPCC. *El océano y la criosfera en un clima cambiante. Informe especial del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático Resumen para responsables de políticas*. Pörtner H-O, Roberts DC, Masson-Delmotte V, Zhai P, Tignor M, Poloczanska E, et al., editors. Suiza; 2019. Available: www.ipcc.ch.
34. WGMS. *Global glacier change bulletin no. 1 (2012–2013)*. Zemp M, Gärtner-Roer I, U. NS, Hüsler F, Machguth H, Mölg N, et al., editors. *Global Glacier Change Bulletin*. Zurich, Switzerland; 2015. Available: https://www.zora.uzh.ch/id/eprint/121417/1/2015_WGMS_GGCB_01.pdf
35. Whitney BS, Mayle FE, Punyasena SW, Fitzpatrick KA, Burn MJ, Guillen R, et al. A 45 kyr palaeoclimate record from the lowland interior of tropical South America. *Palaeogeogr Palaeoclimatol Palaeoecol*. 2011;307: 177–192. doi:10.1016/J.PALAEO.2011.05.012
36. Koutavas A, Joanides S. El Niño–Southern Oscillation extrema in the Holocene and Last Glacial Maximum. *Paleoceanography*. 2012;27: 4208. doi:10.1029/2012PA002378
37. Benn DI, Owen LA, Osmaston HA, Seltzer GO, Porter SC, Mark B. Reconstruction of equilibrium-line altitudes for tropical and sub-tropical glaciers. *Quaternary International*. 2005;138–139: 8–21. doi:10.1016/J.QUAINT.2005.02.003
38. IRD. Institut de Recherche pour le Developpement. [cited 19 Aug 2022]. Available: <https://www.ird.fr/>
39. GLACIOCLIM. Les GLACIers, un Observatoire du CLIMat. 2022 [cited 8 Aug 2022]. Available: <https://glacioclim.osug.fr/-Data-access->
40. Soruco A, Vincent C, Francou B, Ribstein P, Berger T, Sicart JE, et al. Mass balance of Glaciar Zongo, Bolivia, between 1956 and 2006, using glaciological, hydrological and geodetic methods. *Ann Glaciol*. 2009;50: 1–8. doi:10.3189/172756409787769799
41. Cogley JG, Hock R, Rasmussen LA, Arendt AA, Bauder A, Jansson P, et al. Glossary of glacier mass balance and related terms. IHP-VII Technical Documents in Hydrology No.86, IACS Contribution No.2, UNESCO-IHP, editors. Paris, Francia: UNESCO Digital Library; 2011. Available: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000192525>
42. Kaser G, Cogley JG, Dyurgerov MB, Meier MF, Ohmura A. Mass balance of glaciers and ice caps: Consensus estimates for 1961–2004. *Geophys Res Lett*. 2006;33: 19501. doi:10.1029/2006GL027511

43. Kaser G, Fountain A, Jansson P. A Manual for monitoring the mass balance of mountain glaciers with particular attention to low latitude characteristics; Technical documents in hydrology; Vol.:59; 2003. 2003.
44. Shepherd A, Ivins ER, Geruo A, Barletta VR, Bentley MJ, Bettadpur S, et al. A reconciled estimate of ice-sheet mass balance. *Science* (1979). 2012;338: 1183–1189. doi:10.1126/SCIENCE.1228102/SUPPL_FILE/TABLES_S1_S3_S9_S10.XLSX
45. Shepherd A, Ivins E, Rignot E, Smith B, van den Broeke M, Velicogna I, et al. Mass balance of the Antarctic Ice Sheet from 1992 to 2017. *Nature* 2018 558:7709. 2018;558: 219–222. doi:10.1038/s41586-018-0179-y
46. Pattyn F, Ritz C, Hanna E, Asay-Davis X, DeConto R, Durand G, et al. The Greenland and Antarctic ice sheets under 1.5 °C global warming. *Nature Climate Change* 2018 8:12. 2018;8: 1053–1061. doi:10.1038/s41558-018-0305-8
47. Bethan D. An introduction to Glacier Mass Balance. *Glacier Processes*. 2020. Available: <https://www.antarcticglaciers.org/glacier-processes/mass-balance/introduction-glacier-mass-balance/>
48. Lliboutry L. *Traité de glaciologie: Glaciers, Variations du climat, Sols gelés*. Masson et Cie.; 1964. Available: https://scholar.google.com/scholar?hl=es&as_sdt=0%2C5&q=rait%C3%A9+de+glaciologie%3A+Glaciers%2C+Variations+du+climat%2C+Sols+gel%C3%A9s&btnG=
49. Vincent C, Soruco A, Azam MF, Basantes-Serrano R, Jackson M, Kjølmoen B, et al. A Nonlinear Statistical Model for Extracting a Climatic Signal From Glacier Mass Balance Measurements. *J Geophys Res Earth Surf*. 2018;123: 2228–2242. doi:10.1029/2018JF004702
50. Malone AGO, Doughty AM, MacAyeal DR. Interannual climate variability helps define the mean state of glaciers. *Journal of Glaciology*. 2019;65: 508–517. doi:10.1017/JOG.2019.28
51. USGS. State of the Earth's Cryosphere at the Beginning of the 21st Century: Glaciers, Global Snow Cover, Floating Ice, and Permafrost and Periglacial Environments. Williams R, Ferrigno J, editors. U.S. Geological Survey Professional Paper 1386-A. USA; 2012. Available: <https://pubs.usgs.gov/pp/p1386a/index.html>
52. Zemp M, Thibert E, Huss M, Stumm D, Denby CR, Nuth C, et al. Reanalysing glacier mass balance measurement series. *Cryosphere*. 2013;7: 1227–1245. doi:10.5194/tc-7-1227-2013
53. Rivera, A. Bown, F. Napoleoni F., Muñoz C. VM. *Manual Balance de Masa Glaciar*. 1st ed. Ediciones CECs, editor. Valdivia, Chile; 2017. Available: <https://bibliotecadigital.ciren.cl/handle/20.500.13082/29247>
54. Francou B, Pouyaud B, Bucher R, Caceres B, Chazarin J-P, Chevallier P, et al. *Metodos de observacion de glaciares en los Andes tropicales. Mediciones de terreno y procesamiento de datos*. Francia: Great Ice, IRD; 2004.
55. Maisincho L, Caceres B, Manciatì C, Loyo C, Cuenca E, Villacis M, et al. *Glaciares del Ecuador : Antisana y Carihuayrazo. Informe del año 2005*. Guamanzara C, editor. IRD, INAMHI, EMAAP-Q; 2007. Available: www.emaapq.com.ec
56. Cusicanqui D, Soruco Á, Rabatel A, Anthelme F. Balance de masa del glaciar de Zongo entre 2006 y 2013 mediante el método volumétrico, empleando imágenes de alta resolución pléiades adquiridas sobre la Cordillera Real, Bolivia (16°S, 68°W). *Revista Boliviana de Geociencias*. 2015;7.

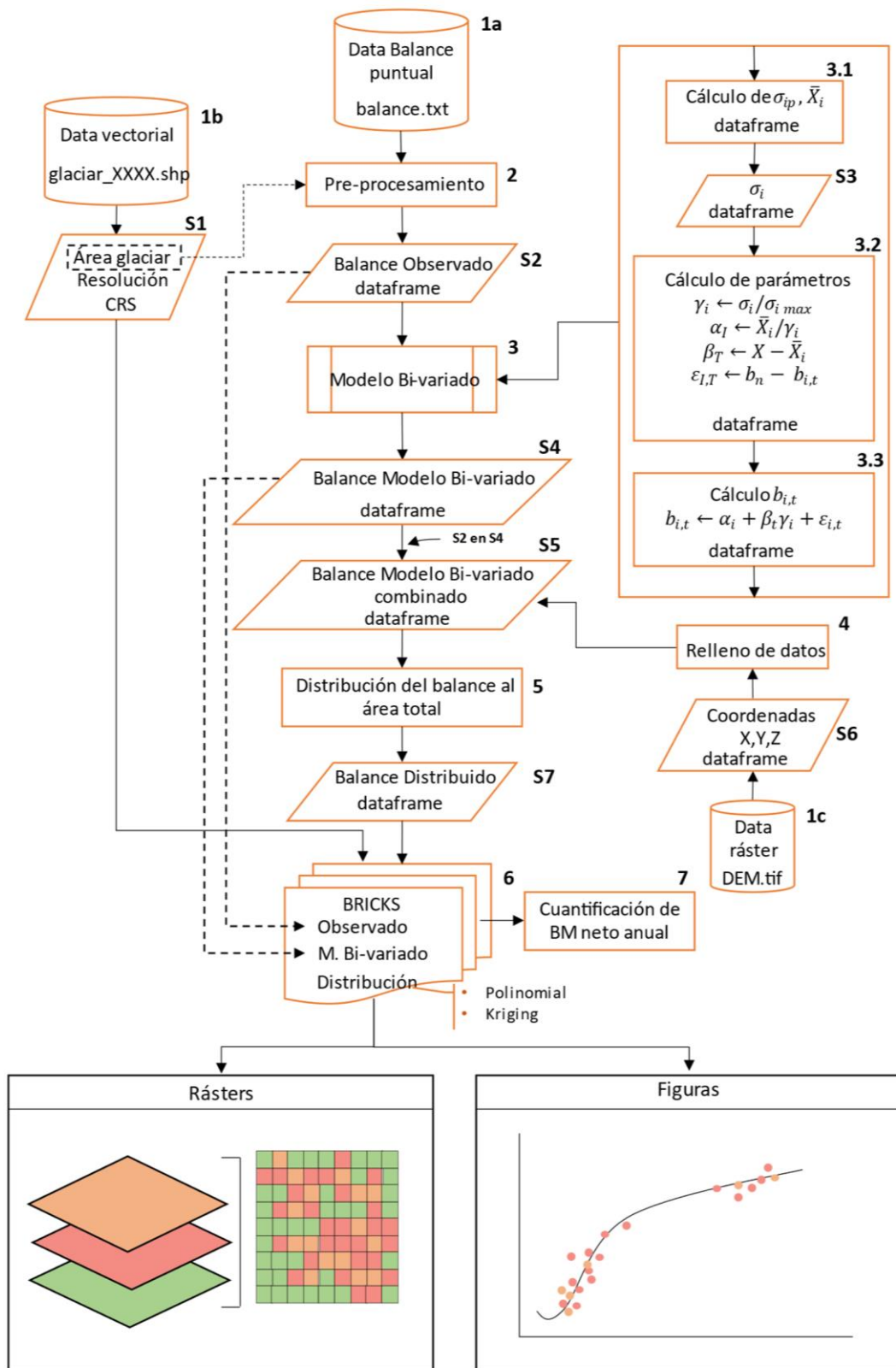
57. Paterson WSB. *Physics of Glaciers*. Oxford, Amsterdam, Boston, London, New York, Paris, San Diego, San Francisco, Singapore, Sydney, Tokyo: Elsevier Science; 1994. Available: <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=X75dmp9QFbgC&oi=fnd&pg=PA1&dq=The+Physics+of+Glaciers&ots=BiWYHbedEn&sig=BU6zlyTDiqlCvv85bkNGIVDexQ#v=onepage&q=The%20Physics%20of%20Glaciers&f=false>
58. Golden Software L. *Surfer. Full User's Guide*. Colorado; 2019. Available: <http://downloads.goldensoftware.com/guides/Surfer17UserGuide.pdf>
59. Llibley L. Multivariate Statistical Analysis of Glacier Annual Balances. *Journal of Glaciology*. 1974;13: 371–392. doi:10.3189/S0022143000023169
60. Funk M, Morelli M, Fürst M, 1997 U. Mass balance of Griesgletscher 1961-1994: different methods of determination. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*. 1997;33: 41–56. Available: <https://www.research-collection.ethz.ch/handle/20.500.11850/483464>
61. Kuhn M. Mass Budget Imbalances as Criterion for a Climatic Classification of Glaciers. *Geografiska Annaler Series A, Physical Geography*. 1984;66: 229. doi:10.2307/520696
62. IDEAM. Metodología de la operación estadística "Balance de Masa Glaciar." 2022. Available: <http://sgi.ideam.gov.co/documents/412030/116432584/M-GCI-E-M029+METODOLOG%C3%8DA+DE+LA+OPERACI%C3%93N+ESTAD%C3%8DSTICA+BALANCE+DE+MASA+GLACIAR+V2/4e2c4333-42ef-435c-9833-1e92777d3a00?version=1.0>
63. Wang R, Liu S, Shangguan D, Radić V, Zhang Y. Spatial Heterogeneity in Glacier Mass-Balance Sensitivity across High Mountain Asia. *Water* 2019, Vol 11, Page 776. 2019;11: 776. doi:10.3390/W11040776
64. GREAT ICE. Laboratorio Mixto Internacional (LMI) - GREAT ICE. 2019 [cited 23 Aug 2022]. Available: <https://es-great-ice.ird.fr/>
65. Vergara W, Deeb AM, Valencia AM, Bradley RS, Francou B, Zarzar A, et al. Economic impacts of rapid glacier retreat in the Andes. *Eos (Washington DC)*. 2007;88. doi:10.1029/2007EO250001
66. Soruco A, Vincent C, Rabatel A, Francou B, Thibert E, Sicart JE, et al. Contribution of glacier runoff to water resources of La Paz city, Bolivia (16° S). *Ann Glaciol*. 2015;56: 147–154. doi:10.3189/2015AOG70A001
67. Vuille M, Francou B, Wagnon P, Juen I, Kaser G, Mark BG, et al. Climate change and tropical Andean glaciers: Past, present and future. *Earth Sci Rev*. 2008;89: 79–96. doi:10.1016/J.EARSCIREV.2008.04.002
68. Ruiz Hernandez JC, Condom T, Villacís M, Rabatel A, Sicart JE, Maisincho L, et al. Glacio-hydrological modeling under inner tropical conditions: Implications for water resources planning and management at the Antisana massif in Ecuador. [cited 20 Nov 2022]. Available: https://www.researchgate.net/publication/323639977_Glacio-hydrological_modeling_under_inner_tropical_conditions_Implications_for_water_resources_planning_and_management_at_the_Antisana_massif_in_Ecuador
69. IPCC. *Climate Change 2013 - The Physical Science Basis*. Stocker TF, Qin D, Plattner G-K, Tignor M, Allen SK, Boschung J, et al., editors. New York, USA: Cambridge University Press; 2013. doi:10.1017/cbo9781107415324
70. Basantes-Serrano R, Rabatel A, Vincent C, Sirguey P. An optimized method to calculate the geodetic mass balance of mountain glaciers. *Journal of Glaciology*. 2018;64: 917–931. doi:10.1017/jog.2018.79

71. Wendt CJ, Anderson GB. Ten simple rules for finding and selecting R packages. *PLoS Comput Biol.* 2022;18: e1009884. doi:10.1371/JOURNAL.PCBI.1009884
72. Cáceres B. Actualización del inventario de tres casquetes glaciares del Ecuador. 2010.
73. Kaser G. Glacier-climate interaction at low latitudes. *Journal of Glaciology.* 2001;47: 195–204. doi:10.3189/172756501781832296
74. Wagnon P, Ribstein. Pierre, Schuler T, Francou B. Flow separation on Zongo Glacier, Cordillera Real, Bolivia. *Hydrol Process.* 1998;12: 1911–1926. Available: https://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins_textes/pleins_textes_7/b_fdi_51-52/010015605.pdf
75. Rominger CC. Climate Change Effects on Volcanoes in the Tropics: A review of Climate Change Effects on Volcanoes in the Tropics: A review of the deglaciation of Antisana and its effects on subsequent water streams and rivers over 20 years. [cited 21 Jul 2022]. Available: https://digitalcollections.sit.edu/isp_collection
76. Francou B, Ramirez E, Cáceres B, Mendoza J. Glacier Evolution in the Tropical Andes during the Last Decades of the 20th Century: Chacaltaya, Bolivia, and Antisana, Ecuador. *Ambio.* 2000;29: 415–422. Available: www.ambio.kva.se
77. Cabrera M, Moulatlet GM, Valencia BG, Maisincho L, Rodríguez-Barroso R, Albendín G, et al. Microplastics in a tropical Andean Glacier: A transportation process across the Amazon basin? *Science of the Total Environment.* 2022;805: 150334. doi:10.1016/J.SCITOTENV.2021.150334
78. Favier V, Wagnon P, Chazarin JP, Maisincho L, Coudrain A. One-year measurements of surface heat budget on the ablation zone of Antisana Glacier 15, Ecuadorian Andes. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres.* 2004;109: 18105. doi:10.1029/2003JD004359
79. Sicart JE, Wagnon P, Ribstein P. Atmospheric controls of the heat balance of Zongo Glacier (16°S, Bolivia). *Journal of Geophysical Research: Atmospheres.* 2005;110: 1–17. doi:10.1029/2004JD005732
80. Frans C, Istanbuloglu E, Lettenmaier DP, Naz BS, Clarke GKC, Condom T, et al. Predicting glacio-hydrologic change in the headwaters of the Zongo River, Cordillera Real, Bolivia. *Water Resour Res.* 2015;51: 9029–9052. doi:10.1002/2014WR016728
81. NOAA. El Niño & La Niña (El Niño–Southern Oscillation). 14 Jun 2022 [cited 16 Aug 2022]. Available: <https://www.climate.gov/enso>
82. Vikas M, Dwarakish G. El Nino: A Review. *International Journal of Earth Sciences and Engineering.* 2015;08: 130–137. Available: https://www.researchgate.net/publication/305956728_El_Nino_A_Review
83. Maussion F, Gurgiser W, Großhauser M, Kaser G, Marzeion B. ENSO influence on surface energy and mass balance at Shallap Glacier, Cordillera Blanca, Peru. *Cryosphere.* 2015;9: 1663–1683. doi:10.5194/tc-9-1663-2015
84. Francou B, Vuille M, Wagnon P, Mendoza J, Sicart JE. Tropical climate change recorded by a glacier in the central Andes during the last decades of the twentieth century: Chacaltaya, Bolivia, 16°S. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres.* 2003;108. doi:10.1029/2002JD002959
85. USGS. GloVis. 2022 [cited 17 Aug 2022]. Available: <https://glovis.usgs.gov/>
86. NOAA. NOAA Physical Sciences Laboratory. 2022 [cited 20 Aug 2022]. Available: <https://psl.noaa.gov/>

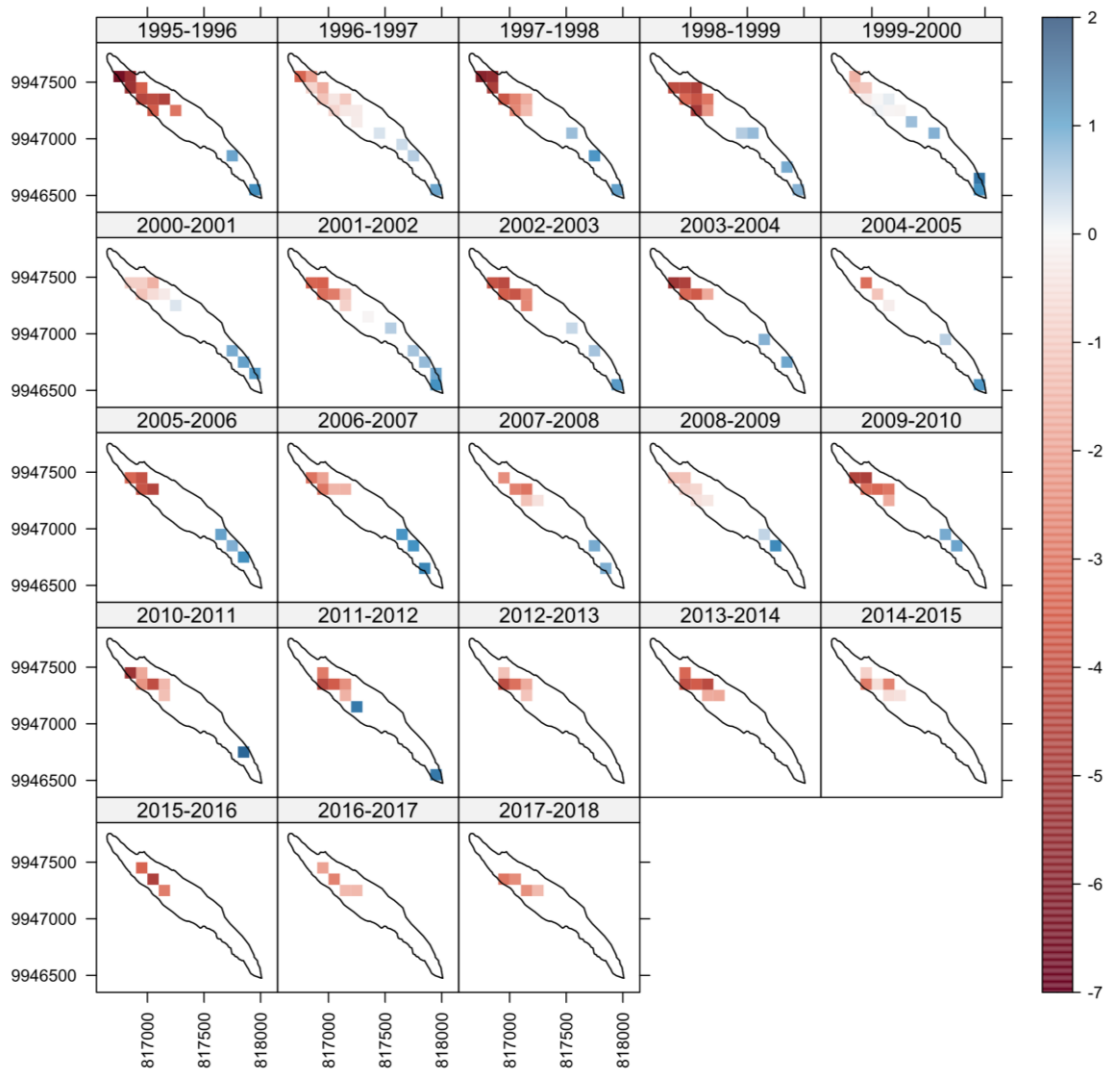
87. Zhang T, Hoell A, Perlwitz J, Eischeid J, Murray D, Hoerling M, et al. Towards Probabilistic Multivariate ENSO Monitoring. *Geophys Res Lett.* 2019;46: 10532–10540. doi:10.1029/2019GL083946
88. Mazzarella A, Giuliacci A, Scafetta N. Quantifying the Multivariate ENSO Index (MEI) coupling to CO₂ concentration and to the length of day variations. *Theor Appl Climatol.* 2013;111: 601–607. doi:10.1007/S00704-012-0696-9
89. Rabatel A, Bermejo A, Loarte E, Soruco A, Gomez J, Leonardini G, et al. Can the snowline be used as an indicator of the equilibrium line and mass balance for glaciers in the outer tropics? *Journal of Glaciology.* 2012;58: 1027–1036. doi:10.3189/2012JOG12J027
90. Hernández E. Selección del mejor conjunto de Regresión. Universidad de La Laguna. 2019.
91. Dauber D. Regression: Creating models to predict future observations. *R for Non-Programmers: A Guide for Social Scientists.* 2022. Available: https://bookdown.org/daniel_dauber_io/r4np_book/regression.html
92. Hernández F, Mazo M. Diagnósticos parte II. Modelos de Regresión con R. 2020. Available: https://fhernanb.github.io/libro_regresion/diag2.html#estadística-press-y-r2-de-predicción
93. Ezquerro J. Iniciación a los métodos numéricos. 1st ed. Universidad de la Rioja S de publicaciones, editor. Logroño; 2012. Available: <https://publicaciones.unirioja.es/catalogo/monografias/mdm07.shtml>
94. Firas A, Jassim F, Hasan A. Image Interpolation Using Kriging Technique for Spatial Data. *Canadian Journal on Image Processing and Computer.* 2013;4: 16.
95. Datu-Dacula AHJ, Laurente MP, Macoy JB. The Relation of Variogram to Kriging. 2018.
96. Sold L, Huss M, Hoelzle M, Andereggen H, Joerg PC, Zemp M. Methodological approaches to infer end-of-winter snow distribution on alpine glaciers. *Journal of Glaciology.* 2013;59: 1047–1059. doi:10.3189/2013JOG13J015
97. Thibert E, Blanc R, Vincent C, Eckert N. Glaciological and volumetric mass-balance measurements: error analysis over 51 years for Glacier de Sarennes, French Alps. *Journal of Glaciology.* 2008;54: 522–532. doi:10.3189/002214308785837093
98. Wagnon P, Ribstein P, Francou B, Sicart JE. Anomalous heat and mass budget of Glaciar Zongo, Bolivia, during the 1997/98 El Niño year. *Journal of Glaciology.* 2001;47: 21–28. doi:10.3189/172756501781832593
99. Six D, Vincent C. Sensitivity of mass balance and equilibrium-line altitude to climate change in the French Alps. *Journal of Glaciology.* 2014;60: 867–878. doi:10.3189/2014JOG14J014
100. Vincent C, Fischer A, Mayer C, Bauder A, Galos SP, Funk M, et al. Common climatic signal from glaciers in the European Alps over the last 50 years. *Geophys Res Lett.* 2017;44: 1376–1383. doi:10.1002/2016GL072094
101. Favier V, Wagnon P, Ribstein P. Glaciers of the outer and inner tropics: A different behaviour but a common response to climatic forcing. *Geophys Res Lett.* 2004;31. doi:10.1029/2004GL020654
102. Muhammad Ahmad I. Application of Regression Techniques with their Advantages and Disadvantages. *Elektron Magazine.* 2020;4: 11–17. Available: https://www.researchgate.net/publication/354921553_Application_of_Regression_Techniques_with_their_Advantages_and_Disadvantages
103. ESRI. How Kriging works. 2022 [cited 27 Aug 2022]. Available: <https://pro.arcgis.com/en/pro-app/2.8/tool-reference/3d-analyst/how-kriging-works.htm>

104. Tobler WR. A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region. *Econ Geogr.* 1970;46: 234. doi:10.2307/143141
105. Gradka R, Kwinta A. A short review of interpolation methods used for terrain modeling. *Geomatics, Landmanagement and Landscape.* 2018;4: 29–47. doi:10.15576/GLL/2018.4.29
106. Wagnon P, Pierre R, Francou B, Pouyaud B. Annual cycle of energy balance of Zongo Glacier, Cordillera Real, Bolivia. *J Geophys Res.* 1999;104: 3907–3923.
107. Oerlemans J, Hoogendoorn NC. Mass-Balance Gradients and Climatic Change. *Journal of Glaciology.* 1989;35: 399–405. doi:10.3189/S0022143000009333

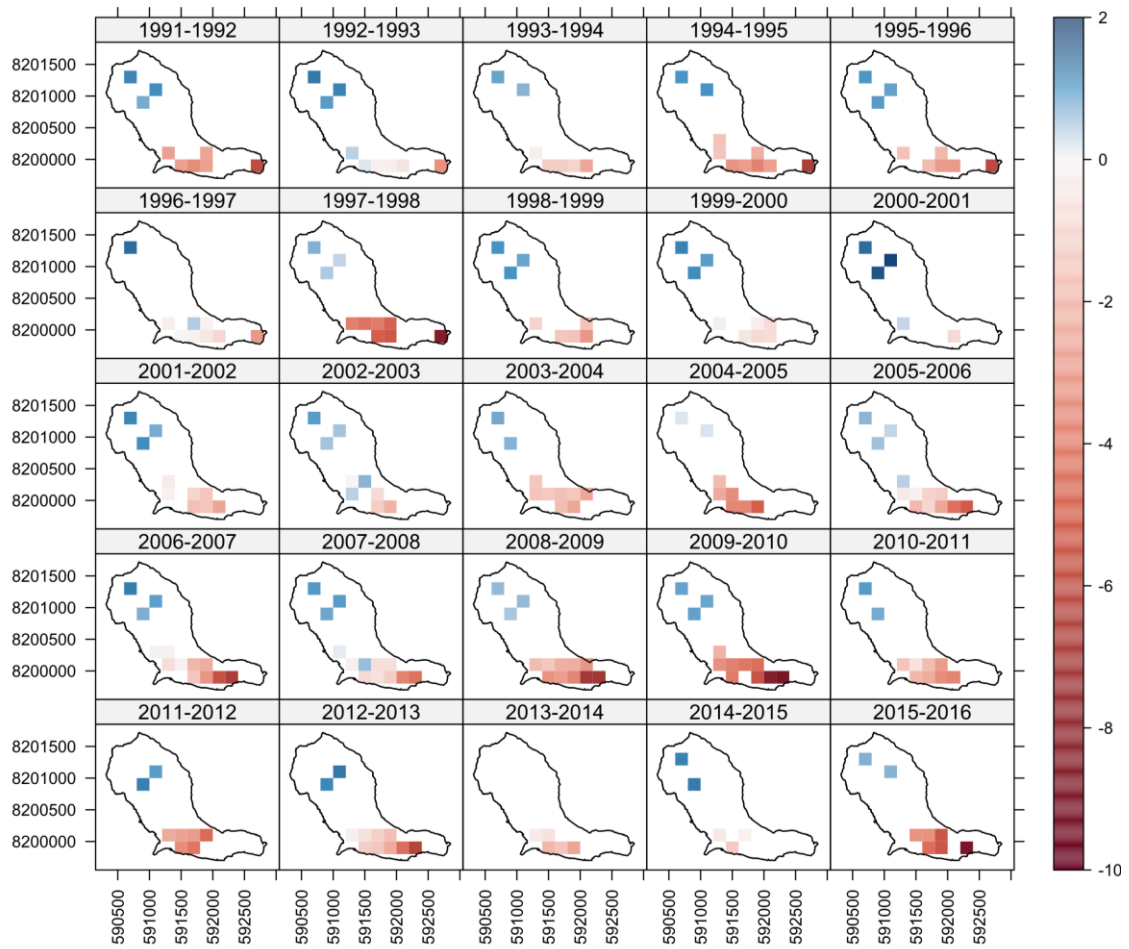
ANEXOS



Anexo 1. Diagrama de flujo de la metodología. Realizado por Escalante, 2023.



Anexo 2. Balance de masa observado sobre el glaciar Antisana 15α (m w.e.).
Realizado por Escalante, 2023.



Anexo 3. Balance de masa observado sobre el glaciar Zongo (m w.e).
Realizado por Escalante, 2023.

Anexo 4. Término temporal βt (desviación del balance de masa) y el βt acumulado anual.
Las fechas indican el inicio del año hidrológico estudiado.

Antisana 15α			Zongo		
Año hidrológico	βt (m w.e.a.⁻¹)	βt acum. (m w.e.a.⁻¹)	Año hidrológico	βt (m w.e.a.⁻¹)	βt acum. (m w.e.a.⁻¹)
1995 - 1996	-1.380	-1.380	1991 - 1992	-0.491	-0.491
1996 - 1997	0.865	-0.515	1992 - 1993	1.556	1.065
1997 - 1998	-0.499	-1.014	1993 - 1994	0.676	1.740
1998 - 1999	-0.910	-1.924	1994 - 1995	-0.465	1.275
1999 - 2000	1.442	-0.482	1995 - 1996	-0.043	1.232
2000 - 2001	1.427	0.945	1996 - 1997	1.867	3.099
2001 - 2002	-0.116	0.829	1997 - 1998	-2.000	1.099
2002 - 2003	-0.631	0.198	1998 - 1999	0.122	1.221
2003 - 2004	-0.922	-0.723	1999 - 2000	1.251	2.472
2004 - 2005	0.307	-0.416	2000 - 2001	1.203	3.675
2005 - 2006	-0.526	-0.943	2001 - 2002	0.568	4.243
2006 - 2007	0.410	-0.533	2002 - 2003	0.333	4.577
2007 - 2008	0.061	-0.472	2003 - 2004	-0.042	4.535
2008 - 2009	1.262	0.791	2004 - 2005	-1.376	3.159
2009 - 2010	-0.628	0.162	2005 - 2006	0.467	3.626
2010 - 2011	-0.066	0.096	2006 - 2007	0.022	3.648
2011 - 2012	-0.360	-0.264	2007 - 2008	1.010	4.658
2012 - 2013	-0.054	-0.318	2008 - 2009	-0.665	3.992
2013 - 2014	-1.029	-1.347	2009 - 2010	-1.982	2.010
2014 - 2015	0.800	-0.546	2010 - 2011	-0.131	1.879
2015 - 2016	-1.091	-1.637	2011 - 2012	-1.103	0.776
2016 - 2017	0.117	-1.520	2012 - 2013	0.453	1.229
2017 - 2018	-0.285	-1.805	2013 - 2014	0.594	1.823
			2014 - 2015	0.721	2.544
			2015 - 2016	-1.721	0.823

Realizado por Escalante, 2023

Anexo 5. Balance de masa promedio, balance de masa normalizado, γ_i y bi,t , modelado, por celda.

Antisana 15 α							Zongo						
x	y	z	BM promedio (m w.e.a. ⁻¹)	BM norm. (m w.e.a. ⁻¹)	γ_i	bi,t (m w.e.a. ⁻¹)	x	y	z	BM promedio (m w.e.a. ⁻¹)	BM norm. (m w.e.a. ⁻¹)	γ_i	bi,t (m w.e.a. ⁻¹)
816750	9947550	4828.833	-4.622	-4.622	1.000	-4.700	590700	8201300	5752.636	0.939	7.544	0.124	0.943
816850	9947550	4853.231	-3.940	-4.204	0.937	-4.014	591100	8201100	5580.600	0.814	7.732	0.105	0.817
816850	9947450	4882.182	-3.461	-3.997	0.866	-3.529	590900	8200900	5570.105	0.868	8.084	0.107	0.871
816950	9947450	4909.985	-2.725	-3.405	0.800	-2.788	591100	8200300	5187.620	0.075	0.171	0.438	0.089
817050	9947450	4923.250	-2.878	-3.738	0.770	-2.938	591300	8200300	5213.250	-0.971	-2.426	0.400	-0.957
816950	9947350	4918.915	-2.979	-3.821	0.780	-3.040	591500	8200300	5174.704	0.650	1.421	0.458	0.665
817050	9947350	4943.415	-2.678	-3.693	0.725	-2.735	591100	8200100	5149.010	-1.750	-3.510	0.499	-1.734
817150	9947350	4971.294	-2.143	-3.220	0.666	-2.196	591300	8200100	5182.674	-1.141	-2.562	0.445	-1.126
817050	9947250	4966.000	-1.821	-2.692	0.677	-1.875	591500	8200100	5129.619	-1.761	-3.315	0.531	-1.743
817150	9947250	4995.947	-1.342	-2.180	0.616	-1.390	591700	8200100	5095.558	-1.865	-3.154	0.591	-1.846
817250	9947250	5038.417	-0.991	-1.854	0.535	-1.033	591900	8200100	5069.034	-2.494	-3.892	0.641	-2.473
817250	9947150	5074.500	0.490	1.040	0.471	0.453	592100	8200100	5066.506	-2.124	-3.290	0.646	-2.103
817350	9947150	5132.500	0.250	0.658	0.380	0.220	592700	8200100	4905.136	-5.175	-5.175	1.000	-5.142
817450	9947050	5175.000	0.300	0.936	0.321	0.275	591300	8199900	5141.280	-0.360	-0.704	0.511	-0.343
817550	9947050	5253.571	0.510	2.223	0.229	0.492	591500	8199900	5107.631	-2.127	-3.735	0.569	-2.108
817650	9946950	5325.000	0.606	3.633	0.167	0.593	591700	8199900	5110.311	-2.148	-3.804	0.565	-2.130
817750	9946850	5388.636	0.755	5.937	0.127	0.745	591900	8199900	5081.042	-2.841	-4.596	0.618	-2.820
817850	9946750	5475.000	0.913	9.344	0.098	0.906	592100	8199900	5049.238	-3.515	-5.174	0.679	-3.493
817850	9946650	5525.000	0.925	9.881	0.094	0.918	592300	8199900	4964.238	-6.933	-8.061	0.860	-6.904
817950	9946650	5575.000	1.003	10.142	0.099	0.996	592500	8199900	4926.934	-6.250	-6.600	0.947	-6.219
817950	9946550	5650.000	0.949	7.617	0.125	0.939	592700	8199900	4910.862	-5.475	-5.553	0.986	-5.443
							591900	8199700	5014.823	-4.150	-5.537	0.750	-4.125
							592100	8199700	5034.593	-4.779	-6.743	0.709	-4.756

Realizado por Escalante, 2023.

Anexo 6. BM total anual obtenido mediante el método clásico, por distribución polinomial y kriging con las variaciones de área anual, para el glaciar Antisana 15α.

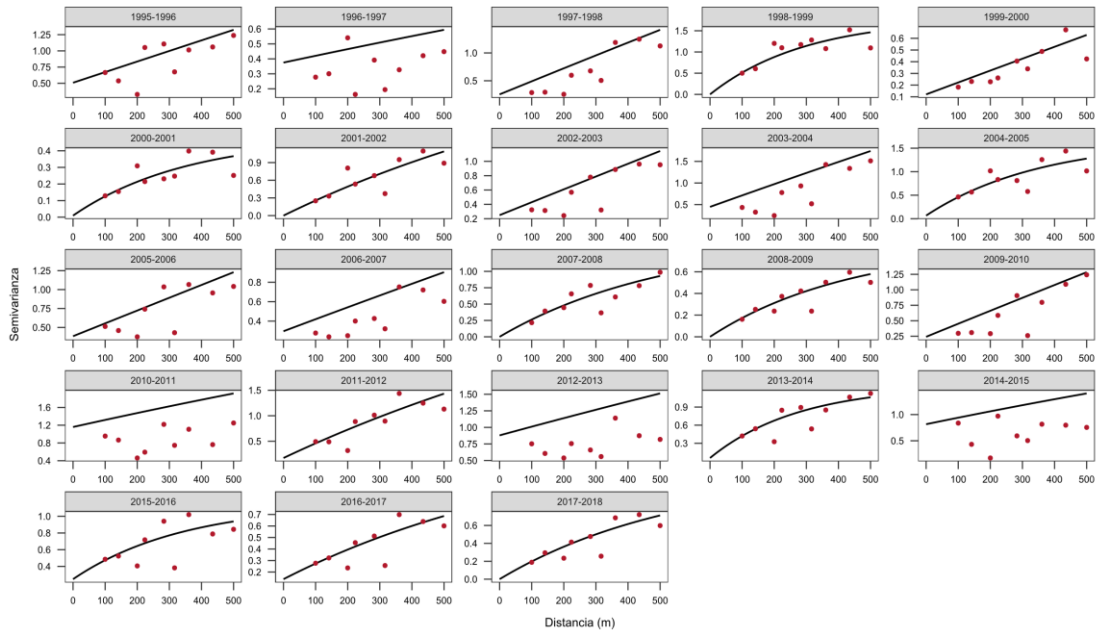
Año hidrológico	Área (km ²)	Clásico		D. Polinomial		D. Kriging	
		BM total (m w.e.a ⁻¹)	BM acum. (m w.e.a ⁻¹)	BM total (m w.e.a ⁻¹)	BM acum. (m w.e.a ⁻¹)	BM total (m w.e.a ⁻¹)	BM acum. (m w.e.a ⁻¹)
1995 - 1996	358.501	-1.260	-1.260	-1.867	-1.867	-1.835	-1.835
1996 - 1997	358.501	-0.090	-1.350	-0.308	-2.175	-0.349	-2.184
1997 - 1998	358.501	-0.731	-2.081	-1.218	-3.393	-1.193	-3.377
1998 - 1999	306.194	-0.848	-2.930	-0.977	-4.371	-0.964	-4.341
1999 - 2000	302.275	0.419	-2.510	0.417	-3.954	0.326	-4.014
2000 - 2001	310.936	0.354	-2.156	0.303	-3.651	0.295	-3.720
2001 - 2002	307.350	-0.513	-2.670	-0.442	-4.093	-0.421	-4.140
2002 - 2003	303.983	-0.826	-3.495	-0.827	-4.919	-0.847	-4.987
2003 - 2004	297.591	-0.831	-4.326	-0.843	-5.762	-0.896	-5.883
2004 - 2005	257.378	-0.071	-4.397	0.061	-5.702	-0.075	-5.958
2005 - 2006	287.861	-0.437	-4.834	-0.629	-6.331	-0.665	-6.623
2006 - 2007	282.542	-0.015	-4.849	-0.099	-6.430	-0.154	-6.777
2007 - 2008	254.664	-0.115	-4.964	-0.104	-6.534	-0.159	-6.936
2008 - 2009	278.975	0.369	-4.594	0.294	-6.240	0.268	-6.668
2009 - 2010	278.975	-0.489	-5.084	-0.603	-6.844	-0.622	-7.290
2010 - 2011	280.194	-0.181	-5.265	-0.304	-7.147	-0.426	-7.715
2011 - 2012	274.719	-0.203	-5.468	-0.326	-7.473	-0.347	-8.062
2012 - 2013	274.719	-0.235	-5.702	-0.208	-7.681	-0.313	-8.376
2013 - 2014	274.719	-0.634	-6.336	-0.673	-8.353	-0.696	-9.072
2014 - 2015	274.719	0.171	-6.165	0.140	-8.213	0.047	-9.025
2015 - 2016	274.719	-0.602	-6.767	-0.683	-8.896	-0.744	-9.769
2016 - 2017	265.225	-0.101	-6.868	-0.146	-9.042	-0.199	-9.968
2017 - 2018	265.225	-0.193	-7.061	-0.310	-9.352	-0.345	-10.312

Realizado por Escalante, 2023.

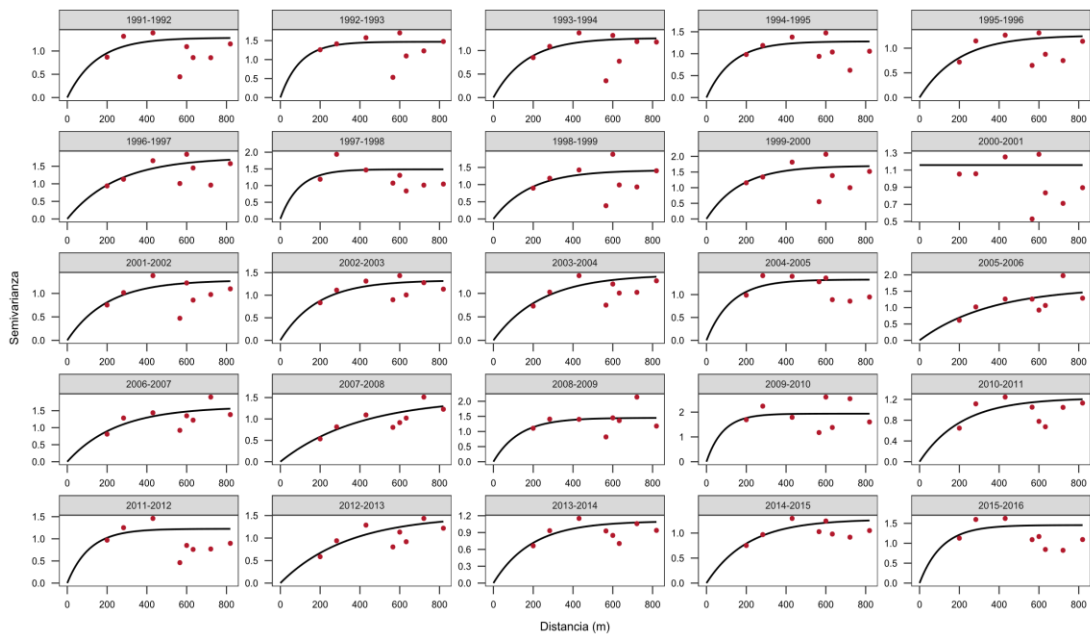
Anexo 7. BM total anual obtenido mediante el método clásico, por distribución polinomial y Kriging, con las variaciones de área anual, para el glaciar Zongo.

Año hidrológico	Área (km ²)	Clásico		D. Polinomial		D. Kriging	
		BM total (m w.e.a ⁻¹)	BM acum. (m w.e.a ⁻¹)	BM total (m w.e.a ⁻¹)	BM acum. (m w.e.a ⁻¹)	BM total (m w.e.a ⁻¹)	BM acum. (m w.e.a ⁻¹)
1991 - 1992	2130.485	-0.967	-0.967	-0.776	-0.776	-0.872	-0.872
1992 - 1993	2109.925	-0.065	-1.033	0.214	-0.562	0.098	-0.774
1993 - 1994	2094.208	-0.663	-1.696	-0.287	-0.849	-0.382	-1.156
1994 - 1995	2084.414	-1.025	-2.721	-0.661	-1.511	-0.763	-1.918
1995 - 1996	2084.823	-0.778	-3.499	-0.475	-1.986	-0.546	-2.465
1996 - 1997	2057.760	0.008	-3.491	0.328	-1.658	0.261	-2.204
1997 - 1998	2051.882	-1.706	-5.198	-1.400	-3.059	-1.611	-3.815
1998 - 1999	2031.198	-0.643	-5.841	-0.252	-3.310	-0.447	-4.262
1999 - 2000	2011.650	-0.204	-6.045	0.253	-3.058	0.175	-4.086
2000 - 2001	2011.650	0.066	-5.979	0.462	-2.596	0.346	-3.740
2001 - 2002	2011.650	-0.344	-6.323	0.019	-2.577	-0.092	-3.833
2002 - 2003	2011.650	-0.498	-6.821	-0.189	-2.767	-0.323	-4.156
2003 - 2004	2011.650	-0.805	-7.625	-0.344	-3.111	-0.443	-4.599
2004 - 2005	2011.650	-1.484	-9.109	-1.011	-4.121	-1.141	-5.740
2005 - 2006	1948.049	-0.350	-9.459	-0.074	-4.195	-0.061	-5.801
2006 - 2007	1948.049	-0.404	-9.863	0.047	-4.148	-0.073	-5.874
2007 - 2008	1948.049	-0.187	-10.050	0.246	-3.903	0.210	-5.663
2008 - 2009	1948.049	-0.911	-10.961	-0.440	-4.343	-0.569	-6.233
2009 - 2010	1948.049	-1.142	-12.103	-0.686	-5.029	-0.899	-7.132
2010 - 2011	1948.049	-0.517	-12.619	-0.114	-5.143	-0.213	-7.345
2011 - 2012	1948.049	-0.655	-13.275	-0.355	-5.498	-0.534	-7.879
2012 - 2013	1852.279	-0.189	-13.463	0.273	-5.225	0.222	-7.657
2013 - 2014	1852.279	-0.290	-13.753	0.182	-5.043	0.110	-7.547
2014 - 2015	1852.279	-0.141	-13.894	0.310	-4.733	0.253	-7.295
2015 - 2016	1852.279	-1.057	-14.950	-0.554	-5.287	-0.764	-8.059

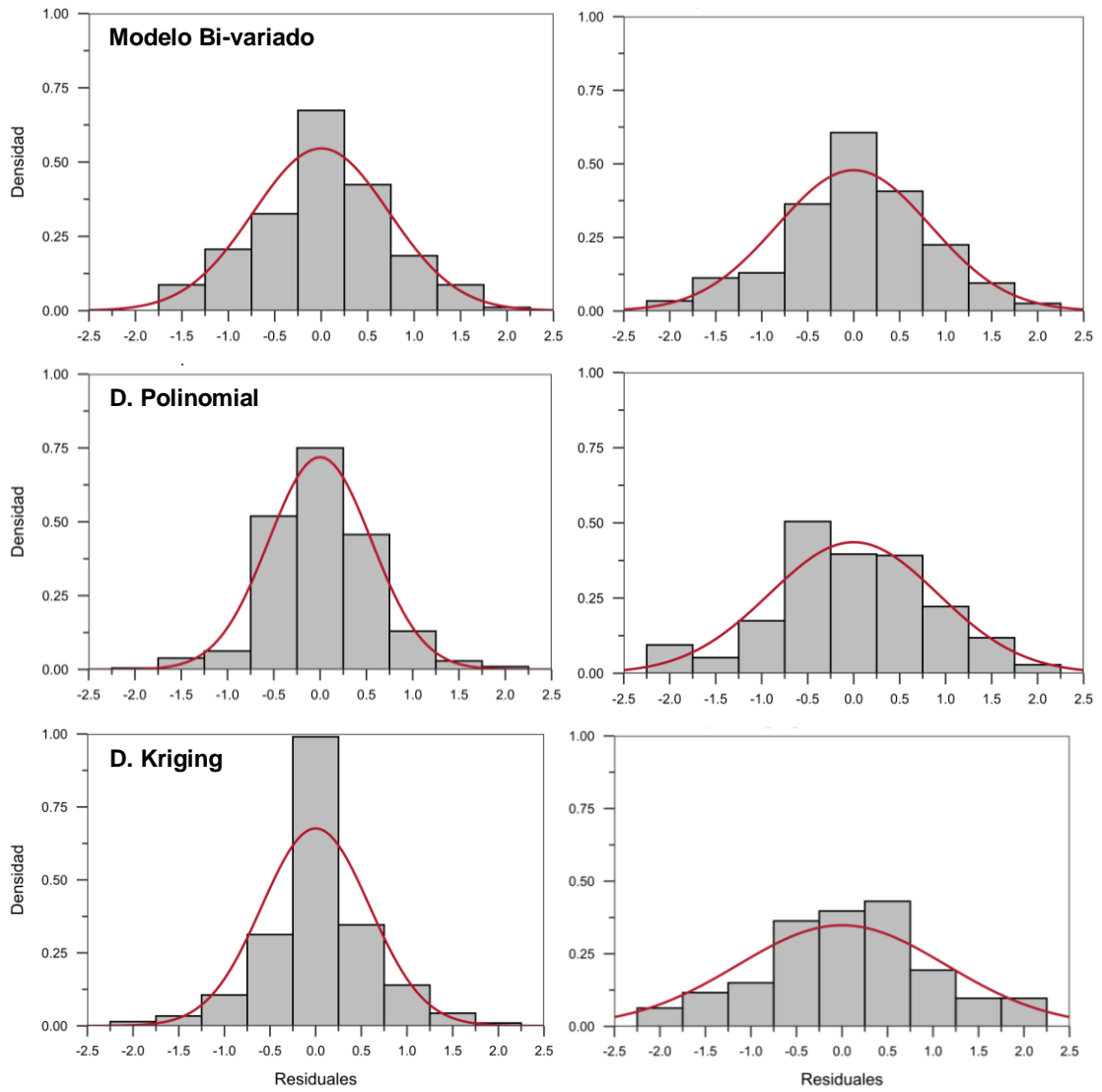
Realizado por Escalante, 2023.



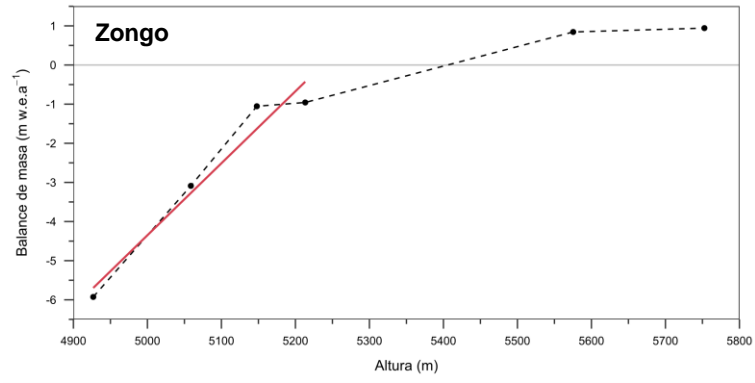
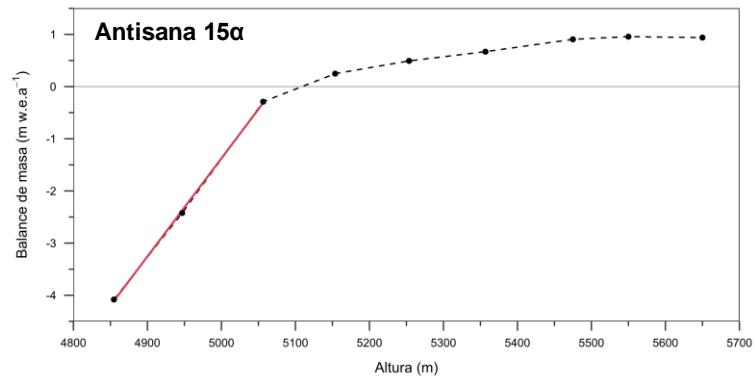
Anexo 8. Semivariograma experimental y modelo exponencial ajustado para el glaciar Antisana 15a.
Realizado por Escalante, 2023.



Anexo 9. Semivariograma experimental y modelo exponencial, ajustado para el glaciar Zongo.
Realizado por Escalante, 2023.



Anexo 10. Distribución de residuales del Modelo Bi-variado, y para las dos distribuciones: Polinomial y Kriging, del Antisana 15 α (izquierda) y Zongo (derecha). Realizado por Escalante, 2023.



Anexo 11. Gradiente de elevación de balace de masa promedio para la zona de ablación, del glaciar Antisana 15α (arriba) y Zongo (abajo).
Realizado por Escalante, 2023.